

Cinematica

(Dall'Allegato A: Programmi relativi ai quesiti delle prove di ammissione ai corsi di laurea magistrale in Medicina e Chirurgia, in Odontoiatria e Protesi Dentaria, in Medicina Veterinaria e ai corsi di laurea delle professioni sanitarie.)

- ☐ Descrizione del moto.
- ☐ Velocità ed accelerazione medie ed istantanee.
- ☐ Moto rettilineo uniforme ed uniformemente accelerato.
- ☐ Moto nel piano.
- ☐ Moto circolare uniforme: velocità angolare ed accelerazione centripeta.
- ☐ Moto armonico: frequenza e periodo.

Test #57 (2020)

Un punto si muove nel piano xy , le sue proiezioni sugli assi cartesiani seguono le leggi:

$$\begin{cases} x = 3 t^2 \\ y = 4 t^2 \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni relative al moto del punto è vera?

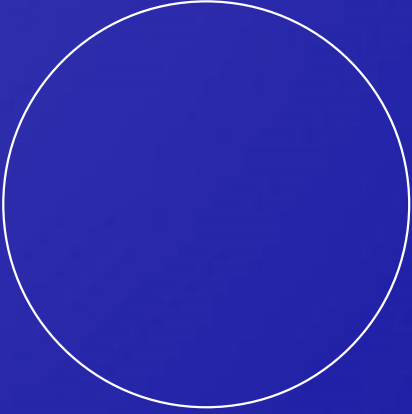
- A. Il moto è rettilineo uniforme con $v = 10 \text{ m/s}$
- B. Il moto è rettilineo uniformemente accelerato con $a = 5 \text{ m/s}^2$
- C. Il moto è parabolico con $a = 12 \text{ m/s}^2$
- D. Il moto è rettilineo uniforme con $v = 5 \text{ m/s}$
- E. Il moto è rettilineo uniformemente accelerato con $a = 10 \text{ m/s}^2$

Cinematica

Un corpo è in moto quando la sua posizione rispetto ad un altro, assunto come riferimento, varia nel tempo. Solitamente si considera un riferimento solidale con la Terra

Traiettoria : linea costituita da tutte le **posizioni** occupate nel tempo dal **punto materiale**

Traiettoria rettilinea



Traiettoria circolare



Traiettoria curva

La traiettoria

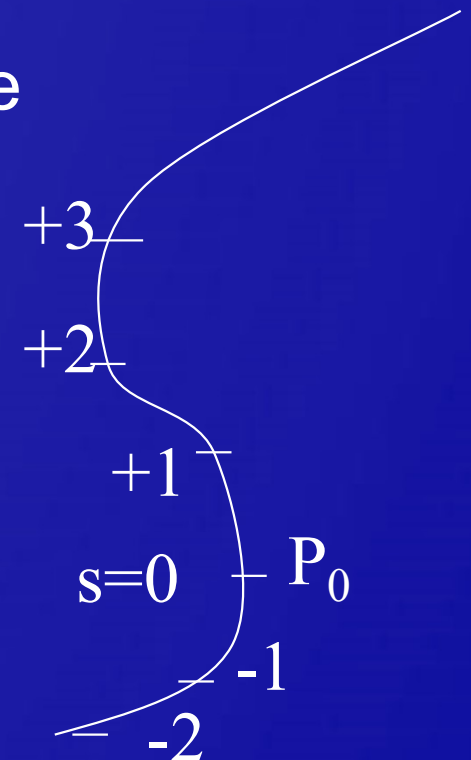
Nota la traiettoria, si può riferire il moto ad essa: fissato arbitrariamente un punto P_0 si può individuare un qualunque altro punto P tramite il numero s che esprime la distanza di P da P_0

Per descrivere il moto di un punto materiale che si muove lungo una traiettoria, è sufficiente associare ad ogni istante t il numero s che esprime la sua posizione sulla traiettoria in quell'istante

La legge che associa ad ogni istante t il corrispondente valore di s è detta **legge oraria**

La legge oraria può essere espressa tramite:

- una **tabella**
- un **grafico**
- una **formula matematica**

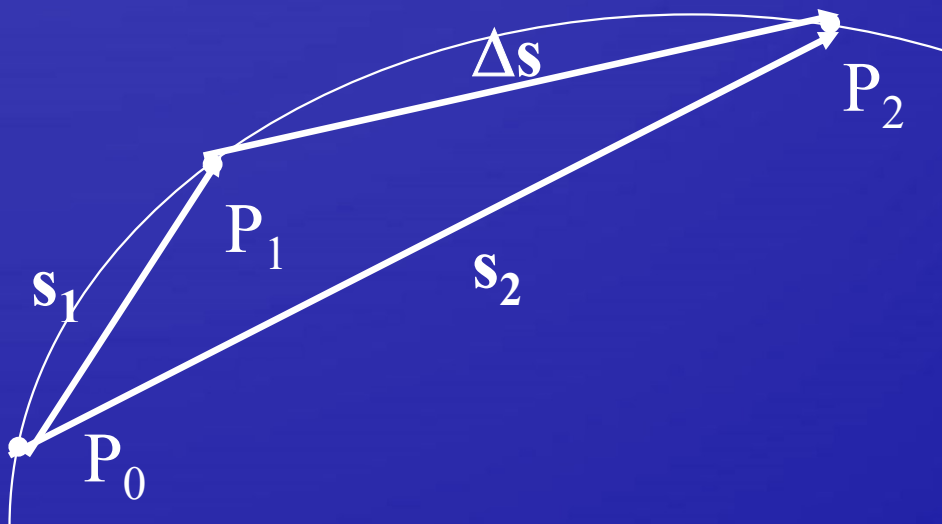


Velocità media

Velocità : grandezza vettoriale che esprime la rapidità con cui cambia nel tempo la posizione del punto materiale

La velocità media è data dal rapporto tra lo spazio percorso e il tempo impiegato a percorrerlo

$$\vec{v}_m = \langle \vec{v} \rangle = \frac{\overrightarrow{s_2 - s_1}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$$

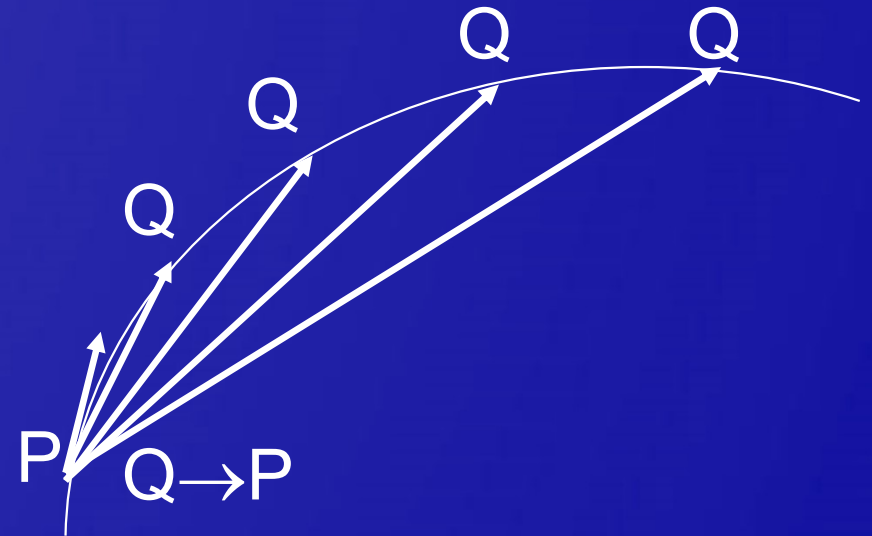


- La direzione coincide con quella della corda P_1P_2
- Il modulo è dato dal rapporto tra la misura di $\Delta \vec{s}$ e quella di Δt
- Il verso è quello di $\Delta \vec{s}$

Velocità istantanea

E' il valore limite a cui tende la velocità media calcolandola su intervalli di tempo sempre più piccoli

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$$



direzione

Tangente alla traiettoria
nel punto occupato
nell'istante considerato

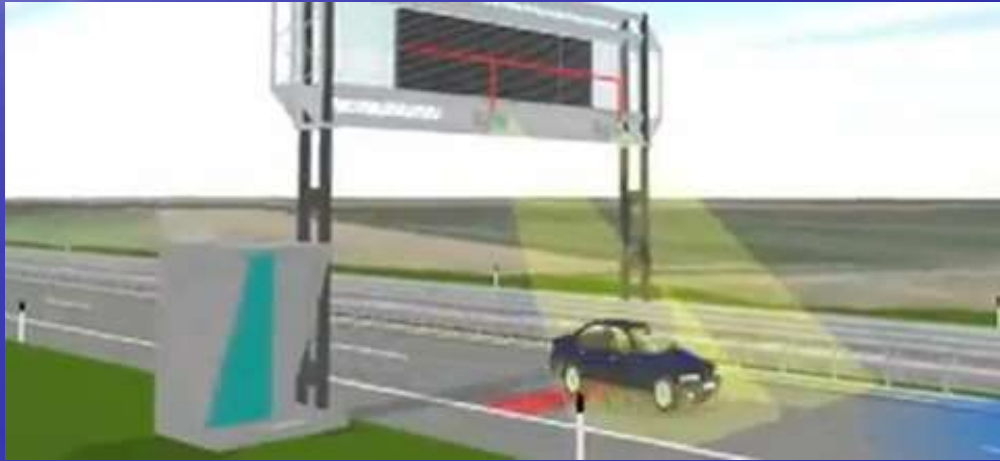
intensità

Limite del rapporto
tra le quantità
infinitesime Δs e Δt

verso

Coincide con
quello di Δs

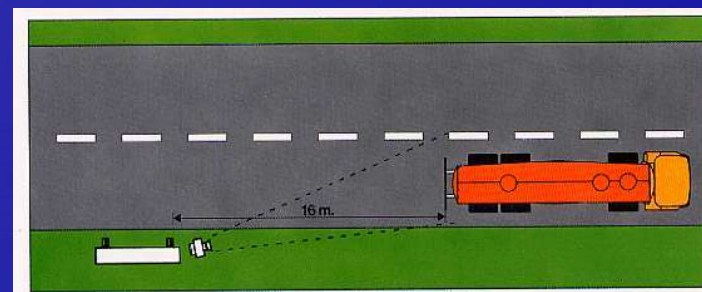
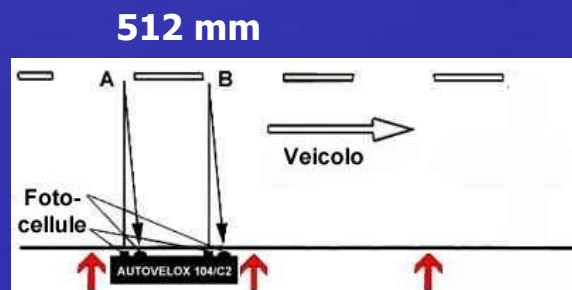
Velocità media: il tutor



Velocità media: il tutor



Velocità istantanea: autovelox



a 120 km/h 521 mm si percorrono in 0,01563 s !

Traiettoria e velocità

Ad ogni punto della traiettoria è associato un vettore velocità avente la direzione della tangente, lunghezza proporzionale al modulo della velocità istantanea e verso coincidente con quello del moto.



La velocità è costante
in intensità:
moto uniforme



La velocità varia
anche in intensità:
moto vario

Moto uniforme: modulo della velocità costante

rettilineo

Il **vettore** velocità
è **costante**
(la direzione non
cambia essendo
quella della retta su
cui avviene il moto)

curvilineo

Il **vettore** velocità
NON è **costante**
(la sua direzione
cambia in ogni punto
della traiettoria)

Test

- 1) Il sig. Rossi compie un viaggio Roma – Viterbo – Roma (216 km complessivamente). Si ferma mezz'ora a Viterbo e rientra a Roma 3 ore dopo. La sua velocità media è :**
- a) 72 km/h b) 0 c) 20m/s d) 86,4 km/h e) i dati forniti non sono sufficienti
- 2) Quale delle seguenti affermazioni relative al moto di un punto materiale è corretta?**
- a) La legge oraria consente di determinare la traiettoria del moto
- b) La velocità media è una grandezza scalare mentre quella istantanea è vettoriale
- c) Qualunque sia la traiettoria in un moto uniforme la velocità è costante
- d) Se in un moto la velocità è costante il moto è rettilineo uniforme
- e) Se in un moto la velocità varia, esso avviene necessariamente su traiettoria curvilinea.

Soluzioni

- 1) Il sig. Rossi compie un viaggio Roma – Viterbo – Roma (216 km complessivamente). Si ferma mezz'ora a Viterbo e rientra a Roma 3 ore dopo. La sua velocità media è :

Poiché lo spostamento = **posizione finale – posizione iniziale** è nullo, **la risposta corretta è la b**

- 2) Quale delle seguenti affermazioni relative al moto di un punto materiale è corretta?

Occorre ricordare che la velocità è una grandezza vettoriale, quindi essa è costante se non varia né in intensità né in direzione.

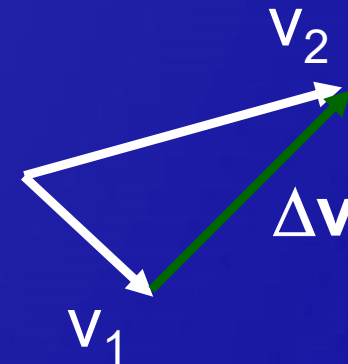
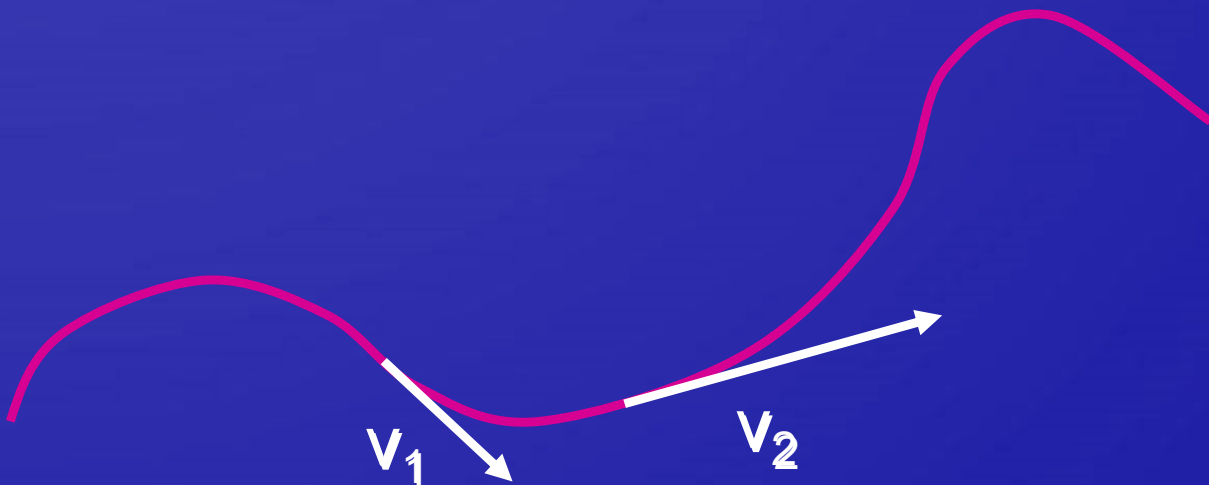
La risposta corretta è la d

Accelerazione media

Accelerazione : grandezza vettoriale che esprime la rapidità di variazione della velocità nel tempo.

Accelerazione media: rapporto tra la variazione di velocità relativa ad un certo intervallo di tempo e l' intervallo di tempo stesso

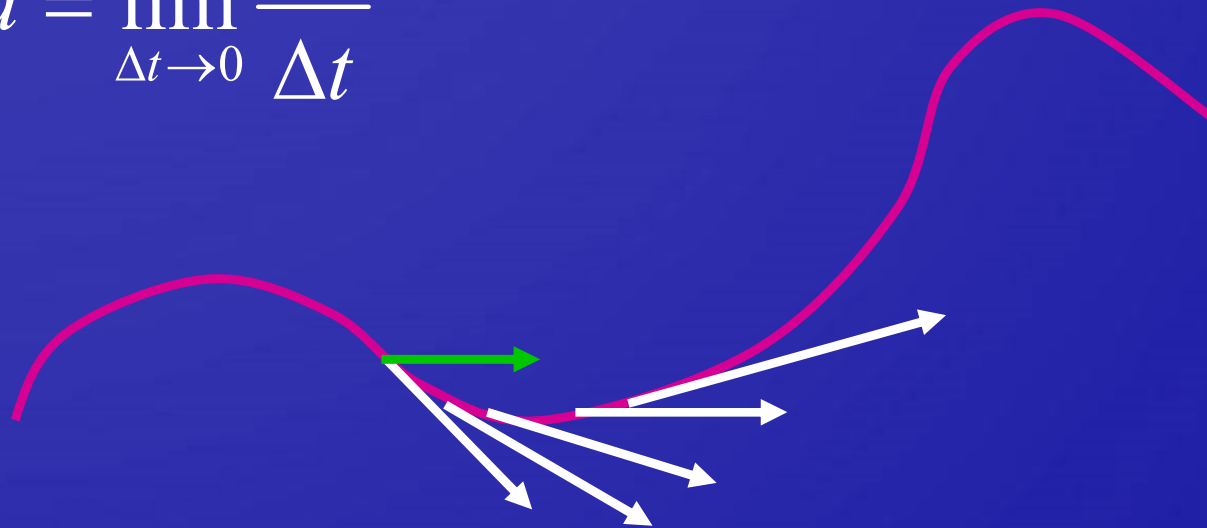
$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



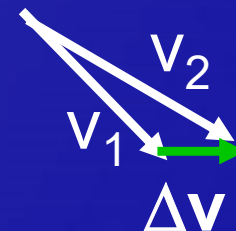
Accelerazione istantanea

E' il valore limite a cui tende la accelerazione media calcolandola su intervalli di tempo sempre più piccoli

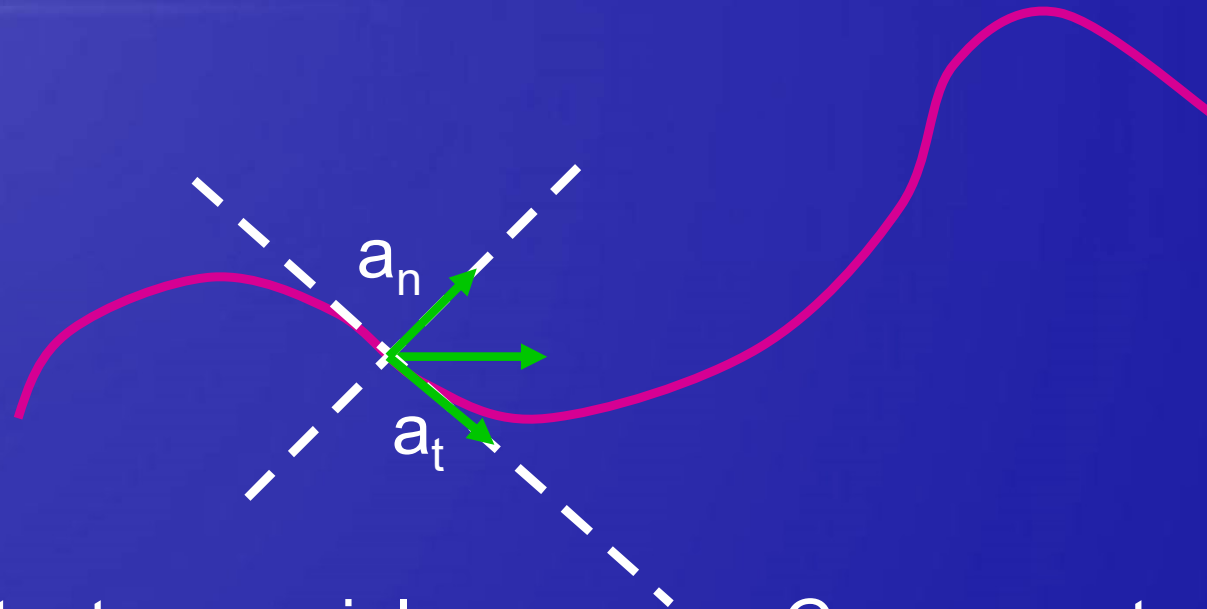
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$



L'accelerazione non è diretta nel senso del moto



Le componenti dell'accelerazione



Componente tangenziale



Variazione modulo di $\mathbf{v}$

a_t =componente tangenziale

Componente normale



Variazione direzione di $\mathbf{v}$

a_n =componente normale

Le componenti dell'accelerazione

Moto rettilineo		Moto curvilineo	
uniforme	vario	uniforme	vario
$a_t=0$	$a_t \neq 0$	$a_t=0$	$a_t \neq 0$
$a_n=0$	$a_n=0$	$a_n \neq 0$	$a_n \neq 0$
$a=0$	$a=a_t$	$a=a_n$	$a=a_t+a_n$

Dimensioni e unità di misura

Velocità e accelerazione sono entrambe grandezze derivate

	Equazione dimensionale	Unità di misura (S.I.)
--	------------------------	------------------------

velocità :	$[v] = \left[\frac{l}{t} \right] = [l t^{-1}]$	m/s
------------	---	-----

accelerazione :	$[a] = \left[\frac{v}{t} \right] = \left[\frac{l t^{-1}}{t} \right] = [l t^{-2}]$	m/s ²
-----------------	---	------------------

Test

- 1) In un moto curvilineo uniforme i due vettori velocità e accelerazione sono:
- a) Entrambi nulli
 - b) Perpendicolari
 - c) Paralleli
 - d) Nulla l'accelerazione e diversa da zero la velocità
 - e) L'accelerazione ha sia una componente tangenziale che una centripeta.
- 2) In 20 secondi la velocità di uno sciatore aumenta da 72 km/h a 90 Km/h.
Qual è la sua accelerazione?
- a) 4 m/s^2
 - b) $0,9 \text{ m/s}^2$
 - c) 11 m/s^2
 - d) $0,25 \text{ m/s}^2$
 - e) $2,5 \text{ m/s}^2$

Soluzioni

- 1) Se un moto avviene con velocità costante in modulo, la componente tangenziale dell'accelerazione che è responsabile di tale variazione, sarà nulla.

La risposta corretta è la **b**

- 2) In 20 secondi la velocità aumenta da 72 km/h a 90 Km/h. Usando le unità di misura del S.I.

$$\Delta v = 18(1000/3600) \text{ m/s} = 5 \text{ m/s} \quad \text{e quindi}$$
$$a = 5/20 \text{ m/s}^2 = 0,25 \text{ m/s}^2$$

La risposta corretta è la **d**

Moto rettilineo uniforme

Caratteristica : $\mathbf{v = \Delta s / \Delta t = costante}$

Posto $\Delta t = t$ e indicando con s_0 la posizione occupata all'istante $t=0$ otteniamo **la legge oraria** del moto rettilineo uniforme:

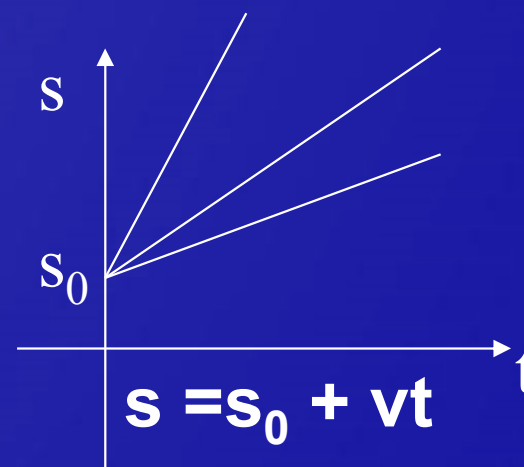
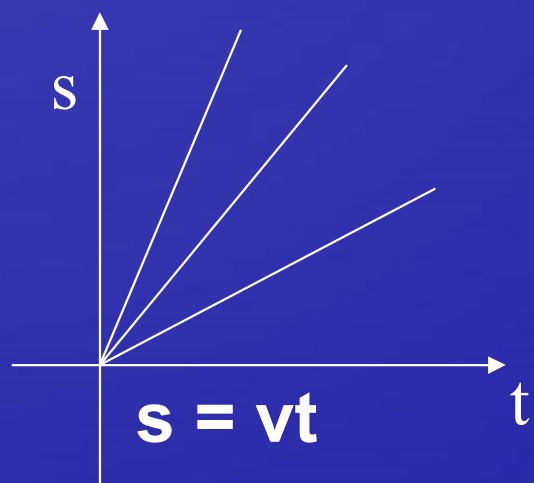
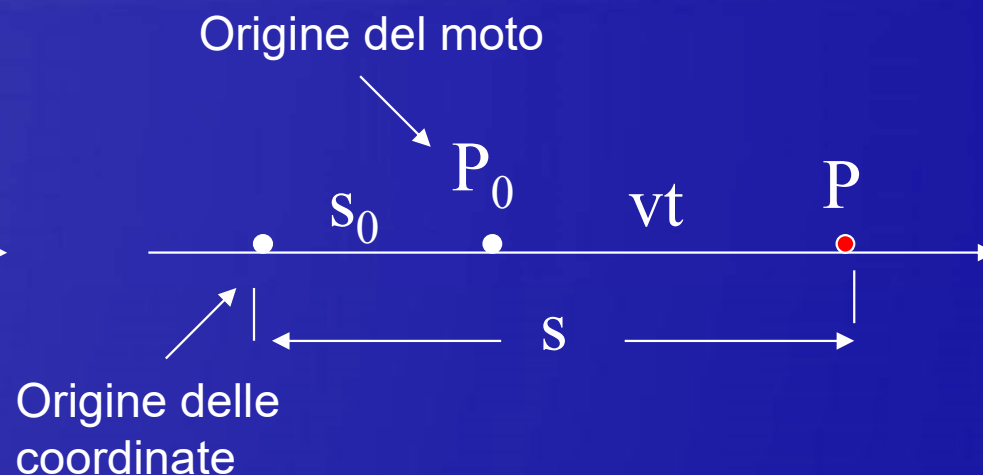
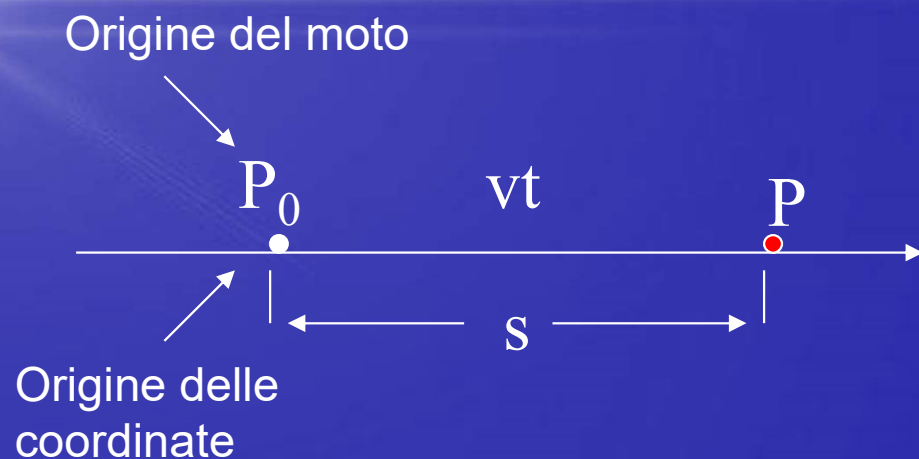
$$s - s_0 = vt \Rightarrow \mathbf{s = s_0 + vt}$$

In tale formula s_0 e v sono valori costanti, t ed s variabili ;
precisamente t è la variabile indipendente ed s la variabile
dipendente.

La funzione $s = s(t)$ ha la stessa forma della funzione $y = mx + q$

Quindi $\mathbf{s = s_0 + vt}$ è una funzione lineare e il diagramma orario
del moto è una retta nel piano (s, t) .

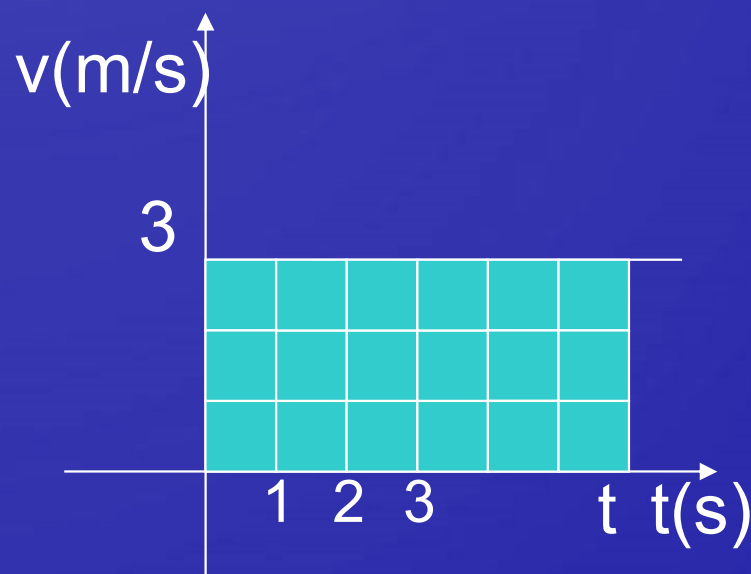
Le condizioni iniziali



La pendenza della retta fornisce la velocità

Dalla velocità alla legge oraria

Nel moto rettilineo uniforme la velocità è costante ; dunque nel piani (v,t) essa è rappresentata da una retta parallela all'asse dei tempi, la cui quota indica la sua intensità :

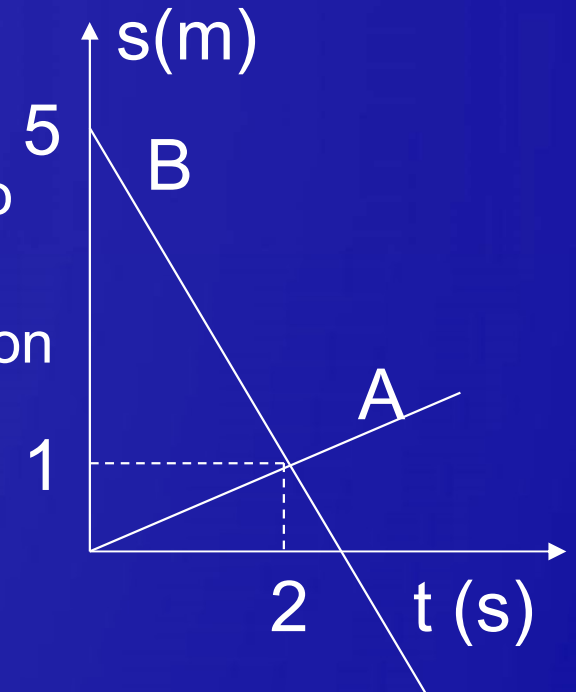


tempo	distanza
1 s	3 m
2 s	6 m
3 s	9 m
..	..
t s	vt

La distanza percorsa nel tempo t può essere interpretata come l'area della regione piana compresa tra il diagramma della velocità, l'asse dei tempi e gli istanti di tempo iniziale e finale

Test

- 1) Il grafico a lato rappresenta il moto rettilineo di due corpi. Quale delle affermazioni elencate è corretta?
- a) I corpi si muovono in versi opposti e all'istante $t=0$ sono nell'origine della traiettoria
 - b) Il corpo A si muove con velocità crescente, il corpo B con velocità decrescente
 - c) Il corpo A all'istante $t=0$ si trova nell'origine, mentre il corpo B non passerà mai per l'origine della traiettoria
 - d) Dopo 2 secondi i due corpi si trovano nella stessa posizione
 - e) Dopo 2 secondi i due corpi hanno percorso lo stesso spazio
- 2) Un corpo si muove su una retta nel verso negativo con velocità costante di 3m/s ; all'istante $t=0$ si trova a 2m dall'origine. La legge oraria del moto è :
- a) $s = 2+3t$
 - b) $s = -2+3t$
 - c) $s = 2t-3$
 - d) $s = 2-3t$
 - e) $s = -2t+3$



Soluzioni

1)

- a) errata : il corpo B all'istante $t = 0$ è a 5m dall'origine
- b) errata : il moto di entrambi è con velocità costante
- c) errata : il corpo B passerà per l'origine dopo 2,5 secondi
- e) errata : il corpo A ha percorso 1m mentre il corpo B 4m

La risposta corretta è la **d**

- 2) La legge oraria del moto rettilineo uniforme è $s=s_0+v_0t$.
Nel nostro caso $s_0= 2$ e $v_0= -3$.

La risposta corretta è la **d**

Moto rettilineo uniformemente accelerato

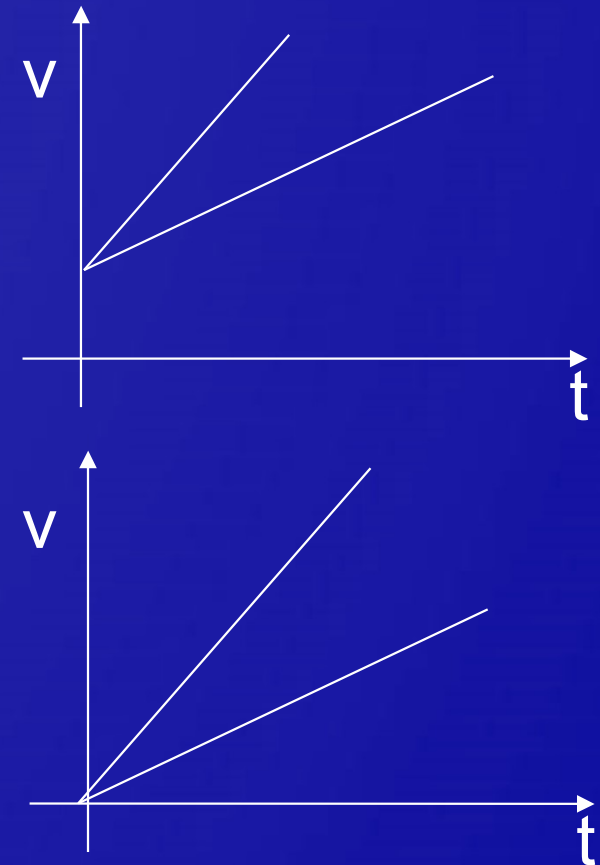
Caratteristica : $\mathbf{a} = \Delta \mathbf{v} / \Delta t$ costante

Riferendo il moto all'istante $t = 0$

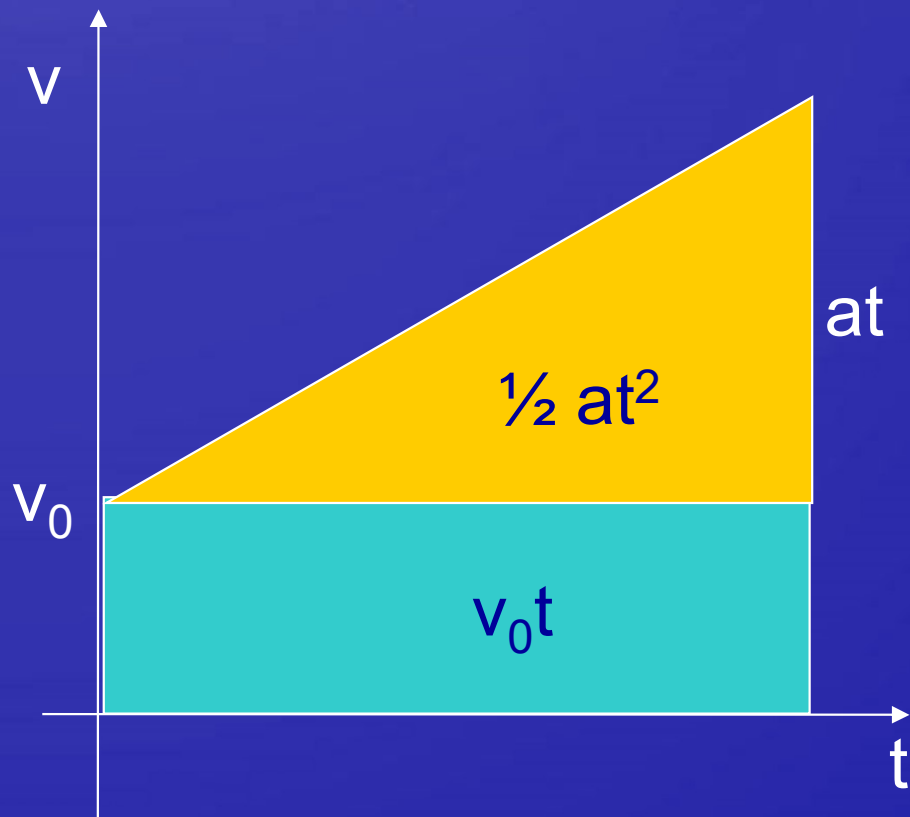
$$\mathbf{v} - \mathbf{v}_0 = \mathbf{a} t \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a} t$$

La pendenza della retta fornisce
il valore di $\mathbf{a}$

$\mathbf{v} = \mathbf{a} t$ (se la velocità iniziale è nulla)



La legge oraria del moto uniformemente accelerato



$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (\text{se } s_0 = 0)$$

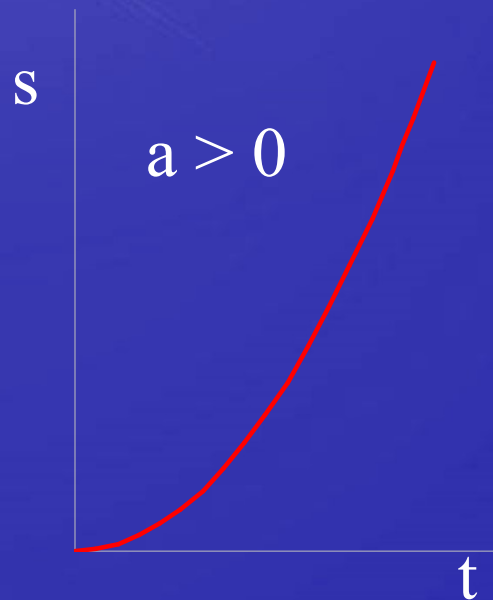
Nel caso in cui la velocità iniziale sia nulla si riducono a

$$s = s_0 + \frac{1}{2} a t^2$$

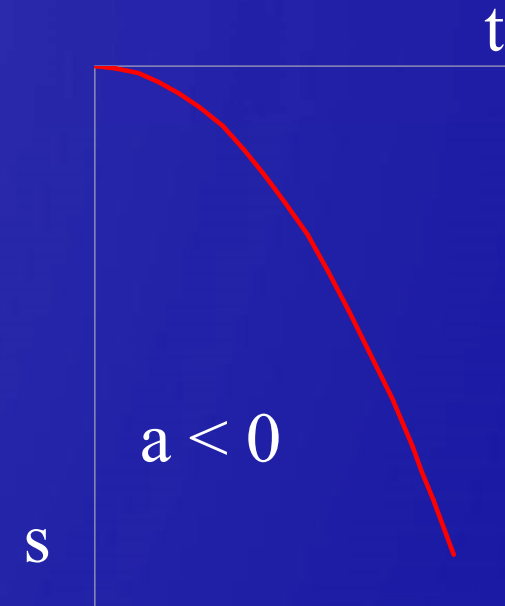
$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad (\text{se } s_0 = 0)$$

Legge oraria : diagramma

s è direttamente proporzionale al quadrato di t Il diagramma è una parabola con vertice nell'origine



$$s = \frac{1}{2} a t^2$$



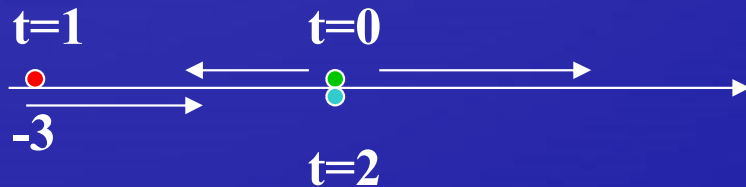
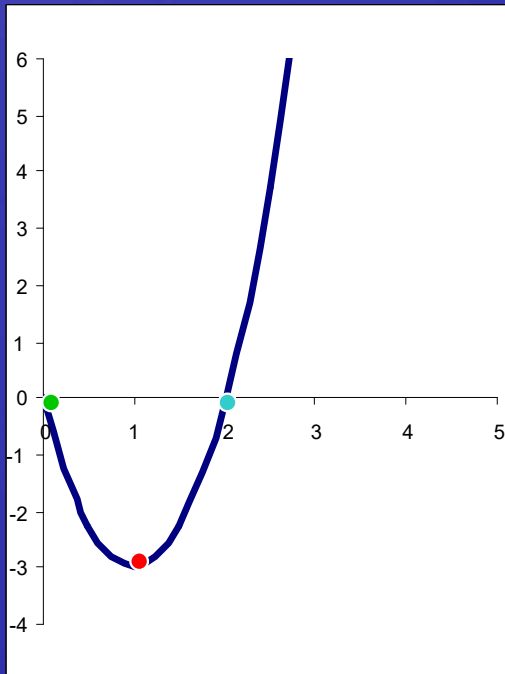
La velocità, pendenza della tangente al grafico, è crescente. Il punto materiale si allontana dall'origine nel verso positivo

La velocità, pendenza della tangente al grafico, è decrescente, ma crescente in valore assoluto. Il punto materiale si allontana dall'origine nel verso negativo.

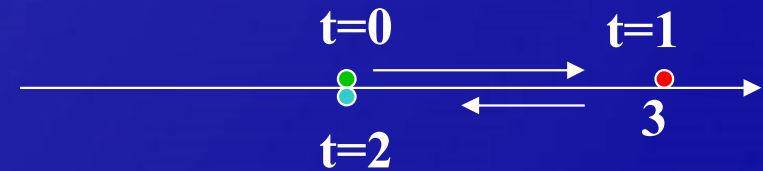
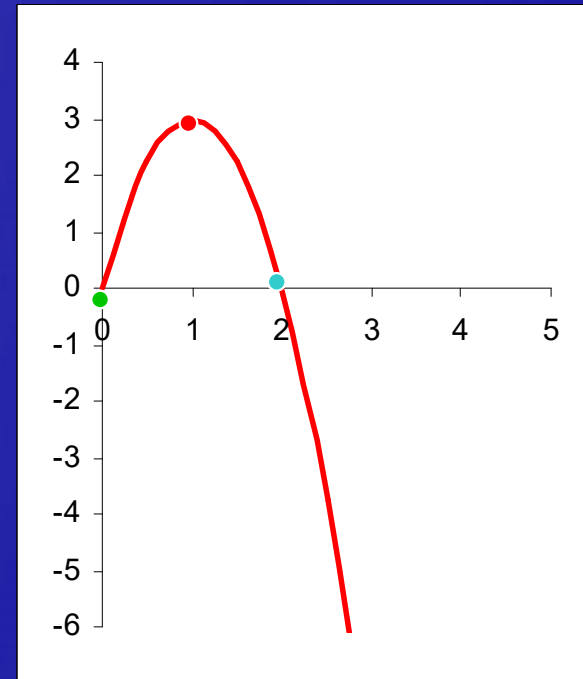
Legge oraria : diagramma se $v_0 \neq 0$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$a > 0$

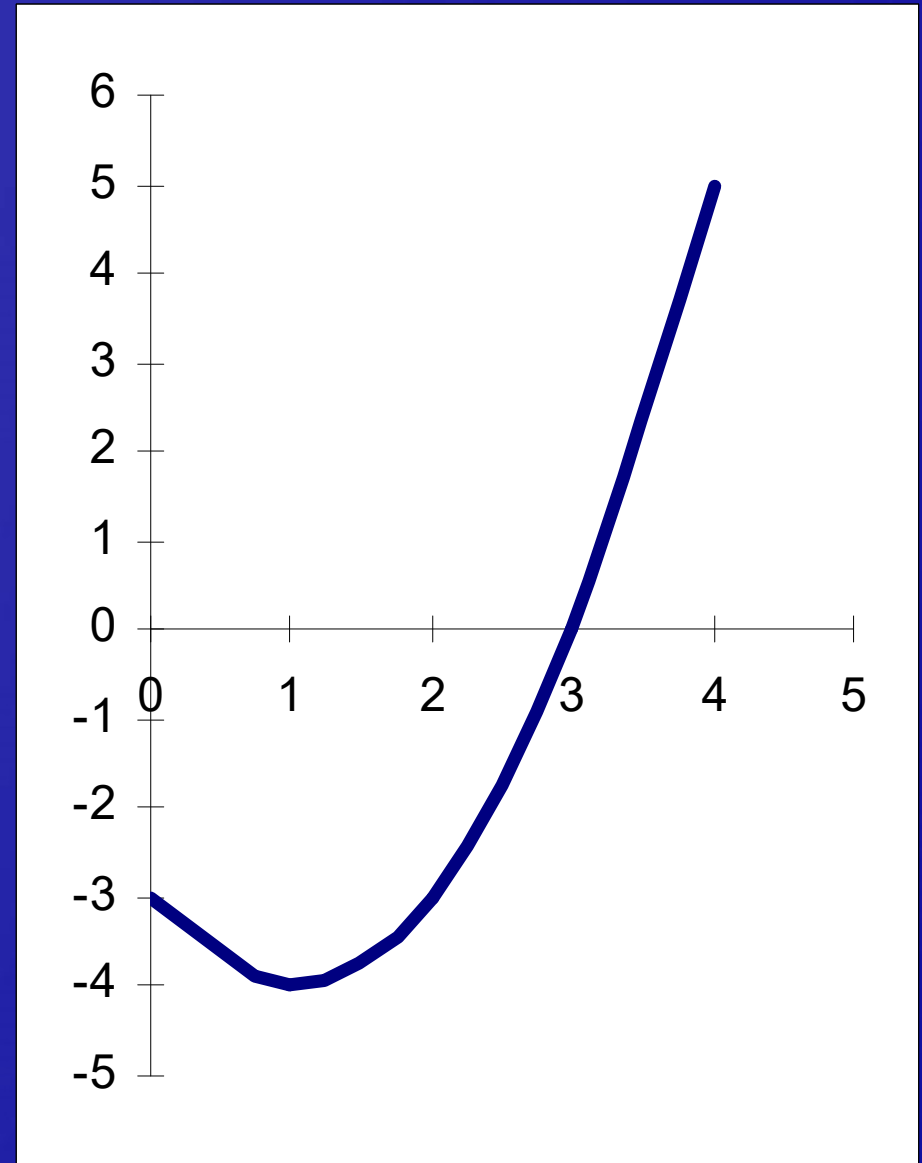


$a < 0$



Il caso più generale

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

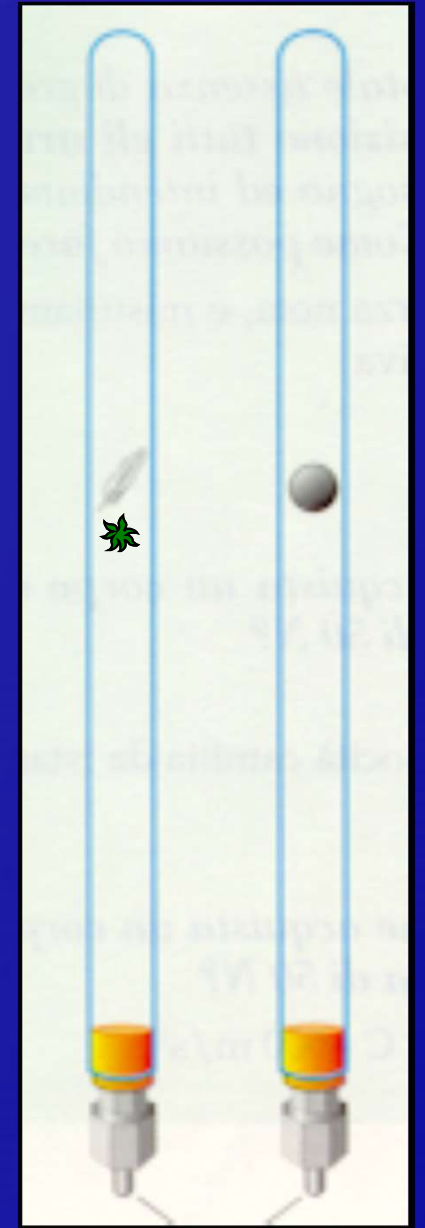


Il moto di caduta dei gravi

Sperimentalmente si verifica che tutti i corpi, indipendentemente dal loro peso, in assenza di aria sono soggetti sulla superficie terrestre alla medesima accelerazione costante $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

Quindi il moto a cui essi sono soggetti è un moto rettilineo uniformemente accelerato

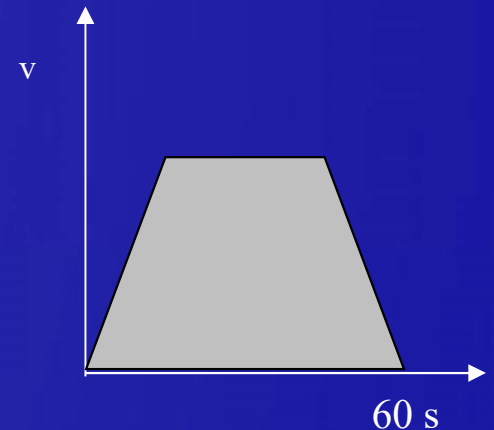
$$\begin{cases} a = g \\ v = g t \\ s = 1/2 g t^2 \end{cases}$$



Test

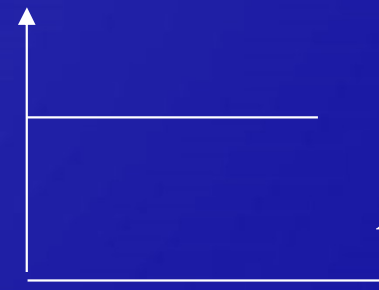
1) Nel diagramma della figura a lato è riportata la velocità di un'auto in funzione del tempo. Che cosa rappresenta l'area del trapezio?

- a) la velocità del corpo dopo 60 secondi
- b) l'accelerazione del corpo al tempo $t = 60$ s
- c) lo spazio percorso dal corpo in 60 secondi
- d) la velocità media del corpo
- e) fisicamente non rappresenta niente



2) I diagrammi che compaiono nella figura in basso sono relativi al moto di caduta libera di un sasso (accelerazione costante). Guardando da sinistra a destra, che cosa metteresti sull'asse verticale?

- | | |
|--|---|
| a) accelerazione, velocità, spostamento | b) velocità, spostamento, accelerazione |
| c) spostamento, accelerazione, velocità | d) spostamento, velocità, accelerazione |
| e) accelerazione, spostamento, accelerazione | |



Soluzioni

- 1) L'area della regione piana compresa tra il diagramma della velocità e l'asse dei tempi fornisce lo spazio percorso.

La risposta corretta è la c

- 2) Il moto di caduta dei gravi è un moto rettilineo uniformemente accelerato; quindi lo spostamento è proporzionale al quadrato del tempo (parabola), la velocità è proporzionale al tempo (retta per l'origine), l'accelerazione è costante (retta parallela all'asse dei tempi).

La risposta corretta è la d

Test (2014/2015)

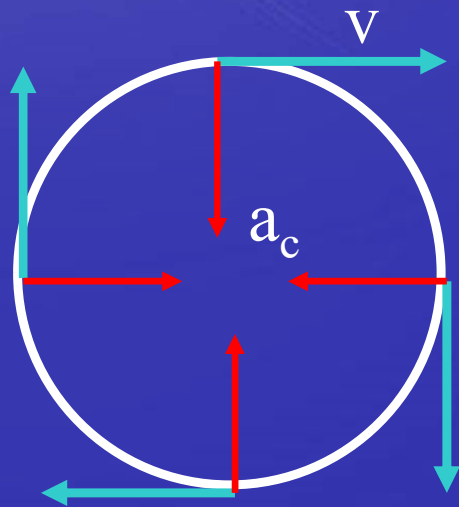
Una particella si muove lungo una linea retta ad una velocità di 5,0 m/s. Essa viene accelerata di 3,0 m/s² nella direzione e nel verso del suo moto. Quale sarà la sua velocità 4,0 secondi dopo l'inizio di questa accelerazione?

- A) 19,0 m/s
- B) 12,0 m/s
- C) 11,0 m/s
- D) 8,0 m/s
- E) 17,0 m/s

$$v = v_0 + a t = 5,0 \text{ m/s} + (3,0 \text{ m/s}^2)(4,0 \text{ s}) = 17,0 \text{ m/s}$$

Il moto circolare uniforme

Moti periodici : a determinati intervalli di tempo vengono riprodotte il medesimo stato di moto (posizione, velocità, accelerazione)



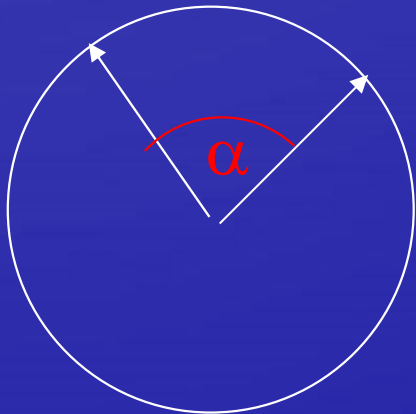
Traiettoria: circonferenza

velocità lineare costante in **modulo**
ma

velocità cambia in direzione



accelerazione centripeta



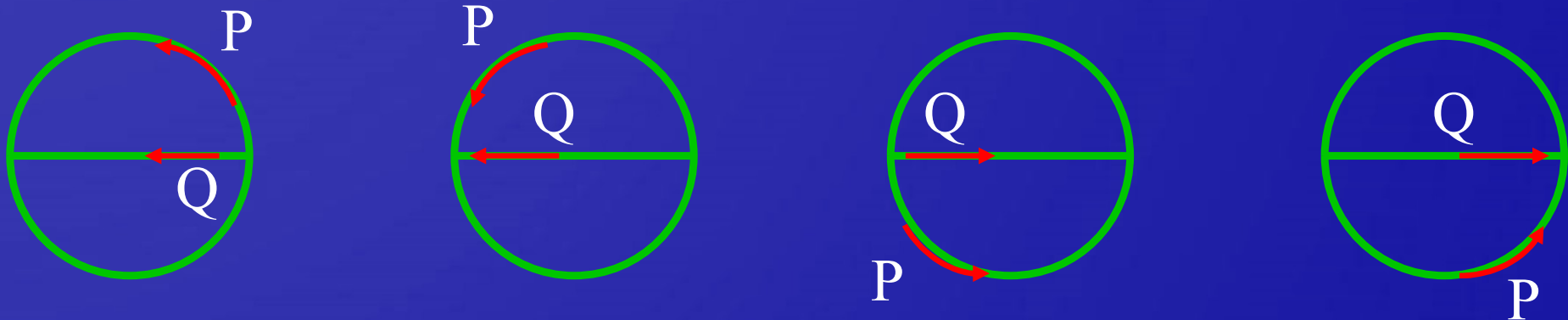
velocità angolare $\omega = \alpha t = \frac{2\pi}{T}$ costante

Grandezze del moto circolare uniforme

nome	definizione	dimensione	simbolo	u.d.m. (S.I.)
periodo	tempo impiegato tra due successivi passaggi per la stessa posizione	t	T	s
frequenza	inverso del periodo, numero di volte che si ripete il moto nell'unità di tempo	t^{-1}	ν, f	$\text{Hz} = \text{s}^{-1}$
velocità periferica	velocità lineare del punto sulla circonferenza, $2\pi r/T, \omega r$	$l\ t^{-1}$	v	m s^{-1}
velocità angolare	$2\pi/T, v/r$	t^{-1}	ω	rad s^{-1}
accelerazione centripeta	$a_c = v^2/r = \omega^2 r = (4\pi^2/T^2)r$	$l\ t^{-2}$	a_c	m s^{-2}

Il moto armonico

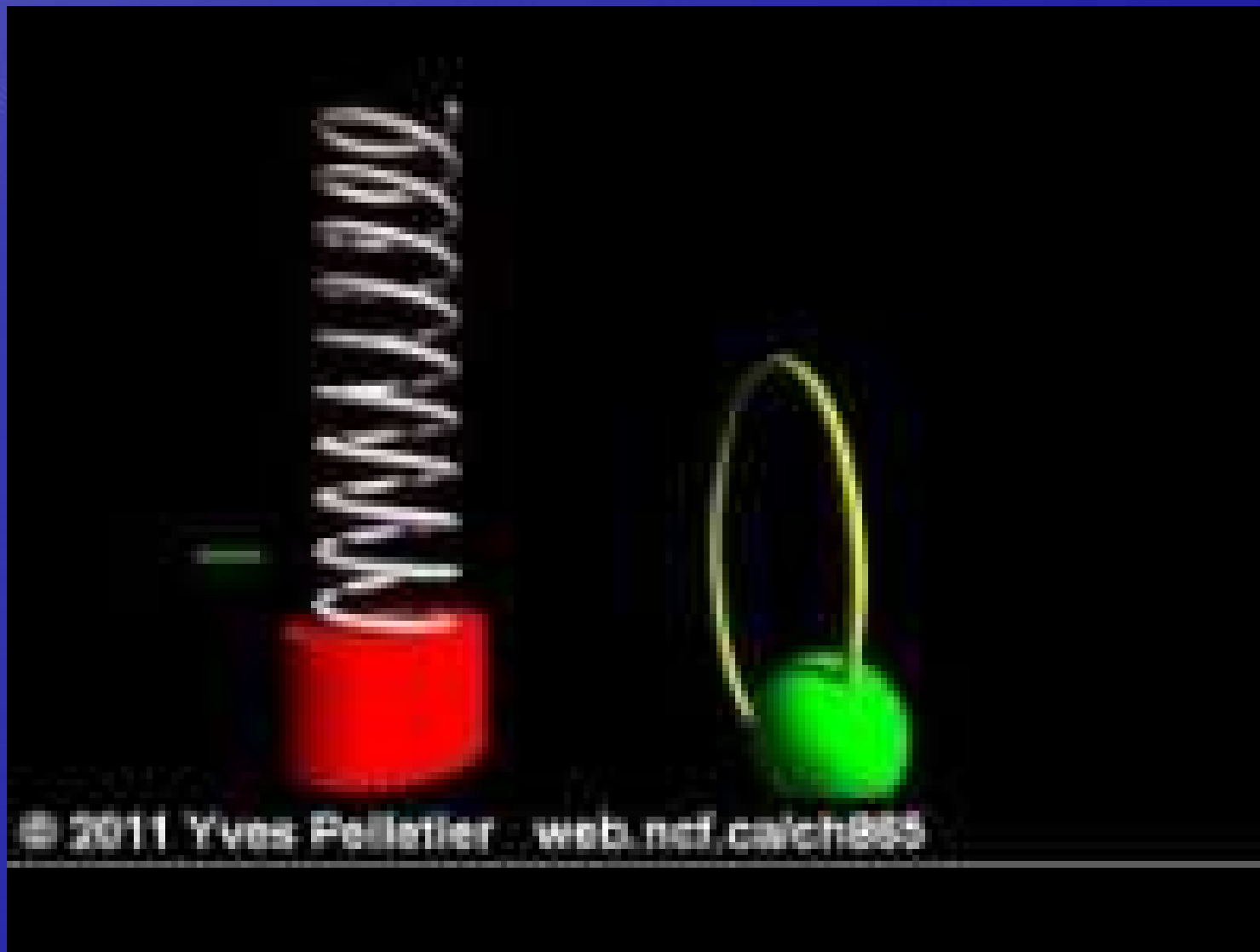
Mentre il punto P descrive la circonferenza di moto uniforme la sua proiezione Q sul diametro si sposta avanti e indietro con moto armonico.



Il moto è un moto rettilineo vario, ovvero con velocità e accelerazioni variabili, ed è periodico.

Il moto armonico

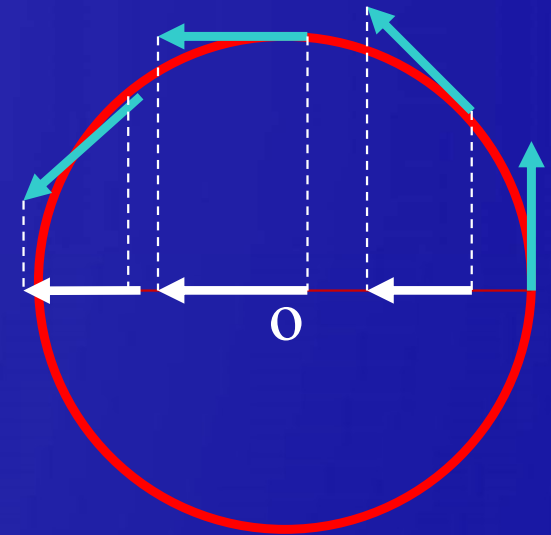
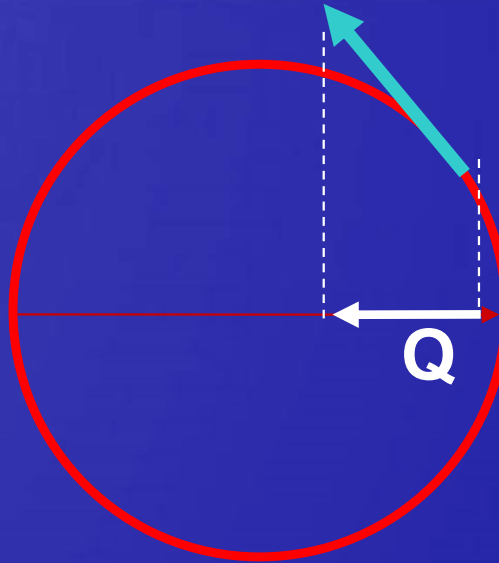
<https://www.youtube.com/watch?v=9r0HexjGRE4>



Il moto armonico

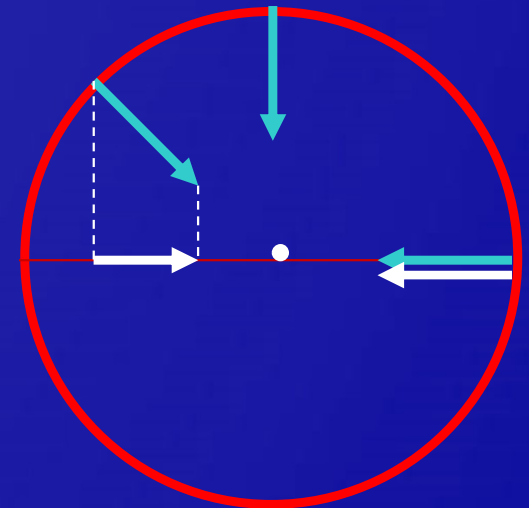
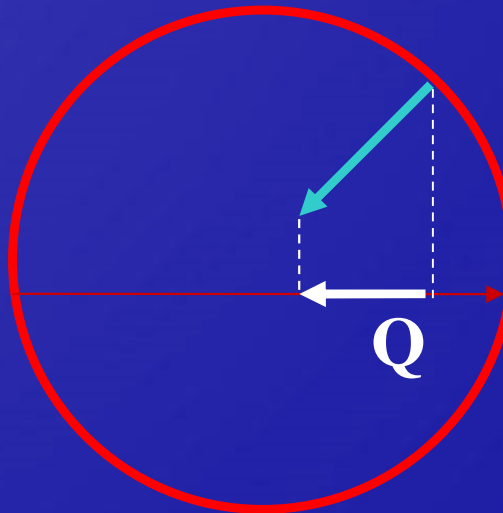
velocità

Massima al centro,
nulla agli estremi

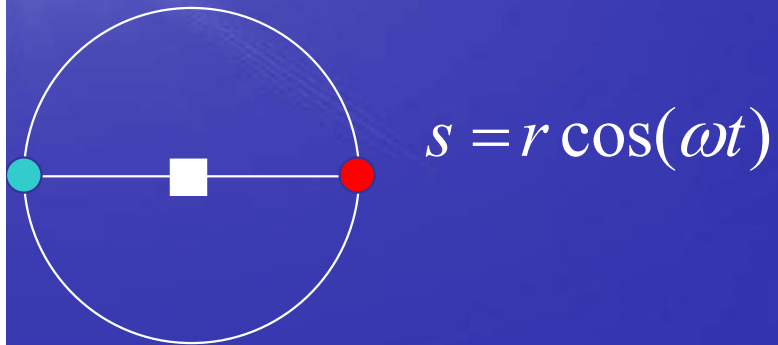


accelerazione

Nulla al centro,
massima agli estremi



Il moto armonico

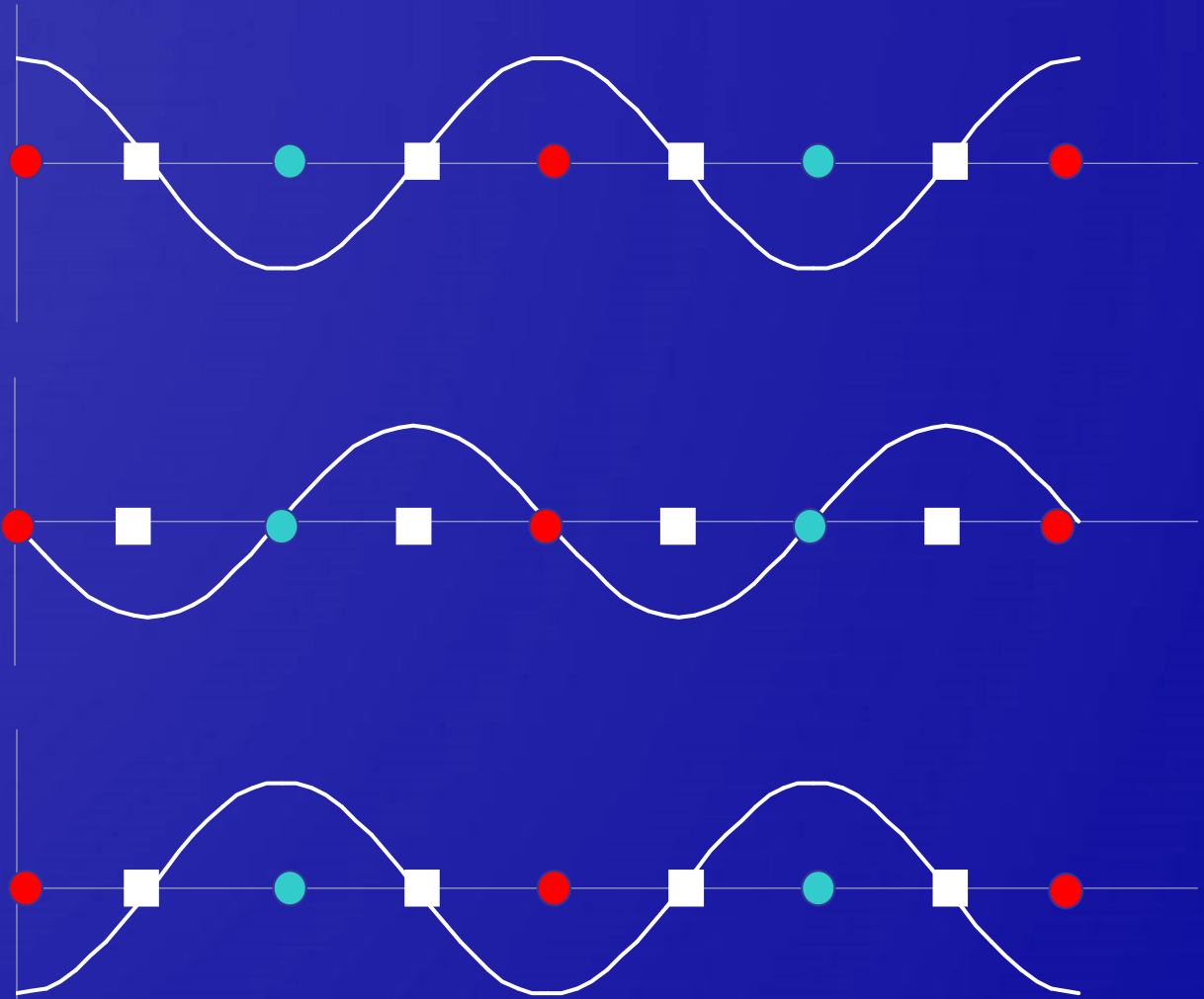


$$v = -\omega r \sin(\omega t)$$

La velocità aumenta verso il centro, dove è massima

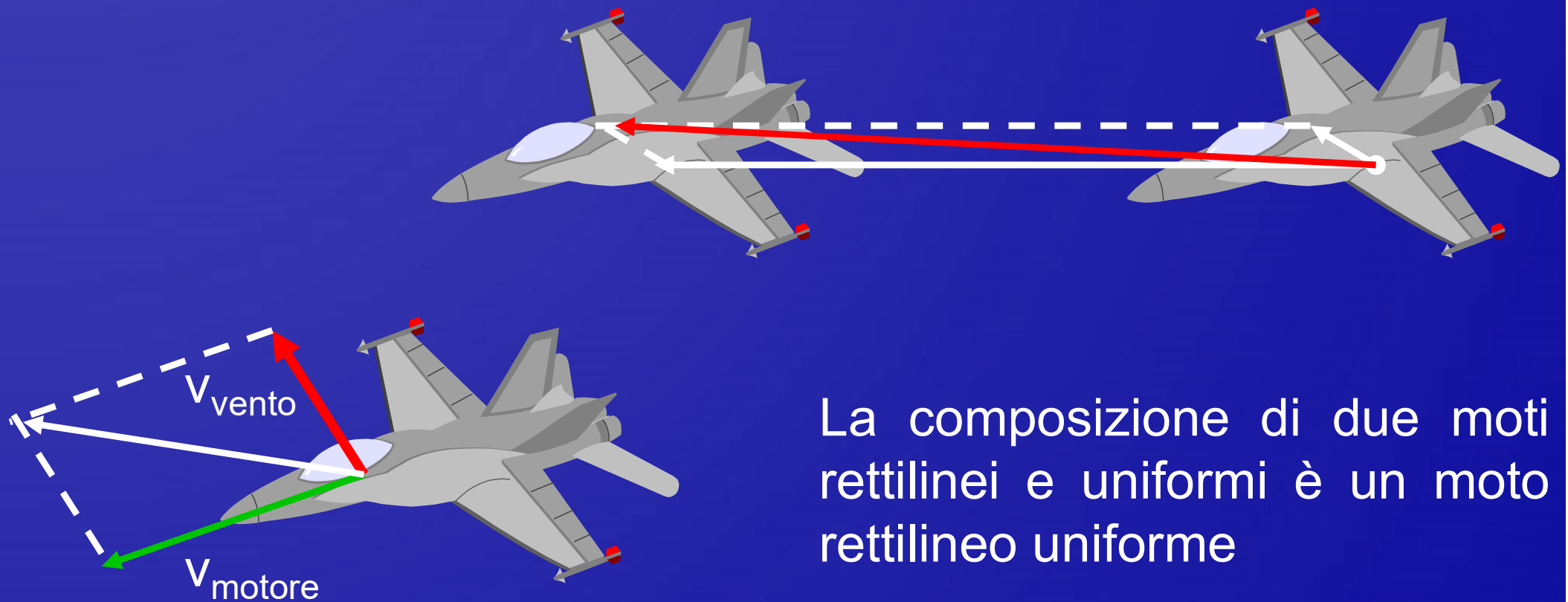
$$a = -\omega^2 r \cos(\omega t) = -\omega^2 s$$

L'accelerazione è massima agli estremi, è proporzionale allo spostamento, ma ha verso contrario



Composizione di moti simultanei

Quando un punto materiale è soggetto a due o più moti contemporanei il suo **spostamento** è dato dalla **somma vettoriale degli spostamenti** dovuti ai singoli moti e la sua **velocità** è la **somma vettoriale delle velocità** dei singoli moti.



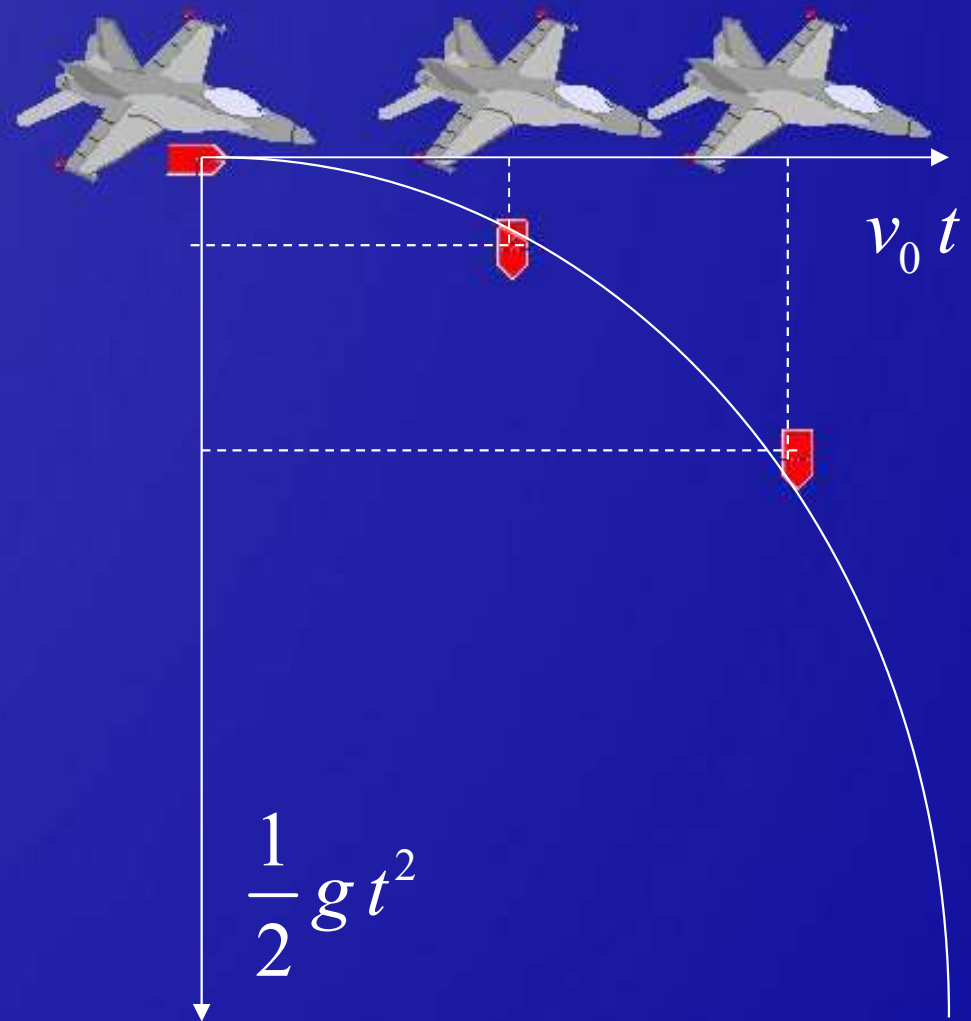
La composizione di due moti rettilinei e uniformi è un moto rettilineo uniforme

Composizione di un moto rettilineo uniforme e di un moto uniformemente accelerato

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{g}{2 v_0^2} x^2$$



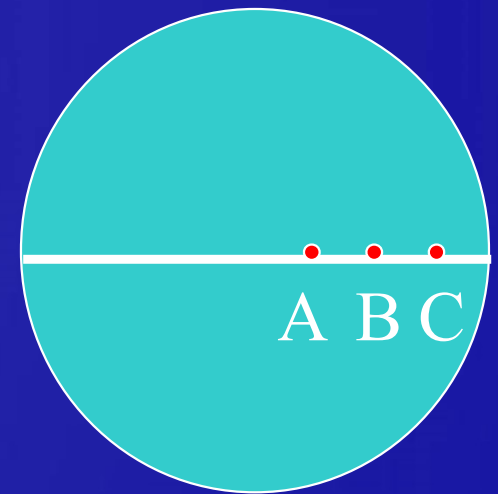
La traiettoria è
una **parabola**



Test

1) **Un disco ruota di moto circolare uniforme intorno al suo centro. I tre punti A, B, C hanno uguali:**

- a) Frequenza e velocità tangenziale
- b) Velocità angolare e accelerazione centripeta
- c) Velocità angolare e periodo
- d) Velocità tangenziale e periodo
- e) Velocità tangenziale e accelerazione centripeta



2) **Quale delle seguenti affermazioni relative al moto armonico di un punto materiale è errata?**

- a) La velocità è nulla agli estremi di oscillazione
- b) L'accelerazione è massima agli estremi di oscillazione
- c) L'accelerazione è proporzionale allo spostamento
- d) L'accelerazione e la velocità hanno sempre lo stesso segno
- e) Il punto materiale accelera quando si muove verso il centro.

Soluzioni

- 1) La velocità tangenziale e l'accelerazione sono entrambe proporzionali al raggio e quindi variano al variare del punto, mentre periodo, frequenza e velocità angolare ne sono indipendenti.

La risposta corretta è la **c**

- 2) Il moto armonico è alternativamente accelerato e decelerato; in fase di accelerazione la velocità e l'accelerazione hanno lo stesso segno, in fase di decelerazione segno opposto.

L'unica affermazione errata è la **d**

Test (2013/2014)

Un satellite impiega 100 giorni per descrivere un'orbita circolare attorno ad un pianeta. Quale/i delle seguenti affermazioni relative al suo moto è corretta?

1. Mantiene una velocità scalare costante
2. Accelera in direzione del pianeta
3. Nell'arco temporale di 100 giorni la sua velocità vettoriale media è pari a zero

- A) Tutte
- B) 2
- C) 1 e 2
- D) 1 e 3
- E) 2 e 3

1. Il moto è circolare uniforme, quindi la velocità scalare è costante
2. L'accelerazione è centripeta
3. La velocità vettoriale ha tutte le direzioni tangenti a una circonferenza

Test #57 (2020)

Un punto si muove nel piano xy , le sue proiezioni sugli assi cartesiani seguono le leggi:

$$\begin{cases} x = 3 t^2 \\ y = 4 t^2 \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni relative al moto del punto è vera?

- A. Il moto è rettilineo uniforme con $v = 10 \text{ m/s}$
- B. Il moto è rettilineo uniformemente accelerato con $a = 5 \text{ m/s}^2$
- C. Il moto è parabolico con $a = 12 \text{ m/s}^2$
- D. Il moto è rettilineo uniforme con $v = 5 \text{ m/s}$
- E. Il moto è rettilineo uniformemente accelerato con $a = 10 \text{ m/s}^2$

Traccia

$$\begin{cases} x = 3 t^2 \\ y = 4 t^2 \end{cases}$$

1. Di che tipo è la dipendenza dal tempo?
2. È la stessa per entrambi gli assi?
3. Che tipo di moto è?
4. Ho informazioni su velocità e/o accelerazione?

Soluzione

$$\begin{cases} x = 3 t^2 \\ y = 4 t^2 \end{cases}$$

1. La **dipendenza dal tempo è la stessa per x e per y**; se invertevo una delle equazioni e sostituisco ottengo:

$$x = 3 t^2 \Rightarrow t^2 = x/3 \Rightarrow y = 4 t^2 = 4/3 x$$

$$y = m x$$

E' una **retta** con coefficiente angolare $m = 4/3$

2. La dipendenza dal tempo è dal **quadrato**, quindi è un **moto uniformemente accelerato**, sia lungo x che lungo y; la dipendenza dal tempo è

$$x = \frac{1}{2} a_x t^2 \quad \Rightarrow \quad a_x = 6$$

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 \quad \Rightarrow \quad a_y = 8$$

3. Il **modulo** della accelerazione è:

$$|a| = (a_x^2 + a_y^2)^{1/2} = (6^2 + 8^2)^{1/2} = 10$$

4. La risposta corretta è la **E**

Traiettorie

Determinare il tipo di curva descritta dal corpo per ciascuna delle coppie di equazioni del moto:

$$\begin{aligned} 1) \quad x &= 3 \sin (\omega t) \\ y &= 3 \cos (\omega t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad x &= 3 \sin (\omega t) \\ y &= 3 \sin (\omega t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad x &= v_0 t \\ y &= k t^2 + v_0 t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad x &= 4 \sin (\omega t) \\ y &= 3 \cos (\omega t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5) \quad x &= 3 t \\ y &= 4 t \end{aligned}$$

retta

circonferenza

ellisse

parabola