

Meccanica dei fluidi

Argomenti

- Densità e comprimibilità dei fluidi. Gas e liquidi.
- Idrostatica: pressione e principi di Pascal, Stevino e Archimede.
- Unità di misura della pressione di uso comune.
- Dinamica dei liquidi: flusso, portata ed equazione di continuità.
- Fluidi ideali ed equazione di Bernoulli.
- Forze viscosse nei fluidi reali.

Solidi, liquidi e gas

In natura le sostanze possono trovarsi in tre **stati di aggregazione**:

- solido
 - liquido
 - aeriforme (gassoso)
- } fluido

► Un **solido** può essere spostato come se fosse un oggetto unico. Può essere descritto con il modello del corpo rigido e, come tale, conserva *forma e volume* propri.



► Un **liquido** è un *fluido* che assume la forma del recipiente che lo contiene. Ha un *volume* proprio: è molto difficile comprimerlo in un volume più piccolo.



► Un **gas** (o aeriforme) è un *fluido* che occupa tutto il *volume* del recipiente che lo contiene. Può essere compresso in un volume più piccolo.



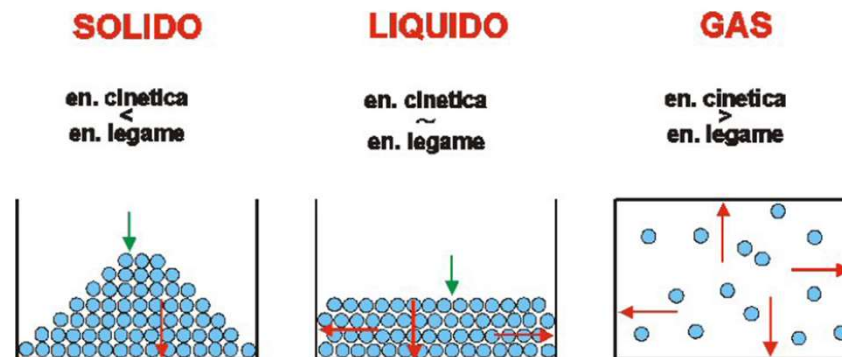
Stati della materia e forze di interazione

Le **proprietà della materia** nei suoi tre stati di aggregazione sono essenzialmente determinate dal **tipo** e dall'**entità** delle **forze di interazione** fra le particelle.

Lo stato **solido** è caratterizzato da una distribuzione ordinata delle particelle, essendo le **forze interparticellari molto forti** tanto che le particelle hanno soltanto la possibilità di oscillare intorno a posizioni ben definite. Tale oscillazione può essere esaltata per azione della temperatura. I solidi quindi possiedono forma e volume propri e sono considerati incompressibili. (**Energia di interazione > energia cinetica**)

Nello stato **liquido** le **forze intermolecolari** sono **abbastanza forti** ma non a tal punto da impedire il movimento delle particelle. I liquidi sono quindi facilmente deformabili ma anch'essi incompressibili poiché il loro volume può essere solo minimamente variato con la pressione e la temperatura. (**Energia di interazione ~ energia cinetica**)

Nello stato **gassoso** le **forze intermolecolari** sono **praticamente trascurabili** e le particelle sono disposte in modo del tutto disordinato. I gas non hanno quindi né volume né forma propria. (**Energia di interazione < energia cinetica**)



Caratteristiche di un fluido

- FLUIDO sostanza senza “forma” propria (assume la forma del recipiente che la contiene)
 - Liquido - volume limitato dalla superficie libera
 - Gas - diffusione nell'intero volume disponibile
- Un fluido può essere:
 - omogeneo caratteristiche fisiche costanti per tutto il suo volume
 - disomogeneo caratteristiche fisiche non costanti
- Fluido “ideale”: non comprimibile, omogeneo, senza attrito interno (non viscoso).

Esempio: Sangue

sospensione di cellule in soluzione acquosa di sali e molecole organiche
omogeneo a livello macroscopico, disomogeneo a livello microscopico

Un paio di grandezze...

Prima di procedere con la descrizione dei fluidi, dobbiamo introdurre due grandezze che sono particolarmente importanti per il loro studio:

☐ **la densità**

☐ **la pressione**

La densità

La densità d di un corpo è uguale al rapporto tra la sua massa m e il suo volume V .

The diagram shows the formula $d = \frac{m}{V}$ centered within a yellow rectangular box. Three lines extend from the box to labels: one from the left side to 'densità (kg/m³)', one from the top right to 'massa (kg)', and one from the bottom right to 'volume (m³)'.

$$d = \frac{m}{V}$$

densità (kg/m³) massa (kg)
volume (m³)

La densità d è direttamente proporzionale alla massa m e inversamente proporzionale al volume V .

Perché i coltelli sono affilati?



La pressione

- La stessa forza può avere effetti diversi **a seconda della superficie su cui agisce**. Ad esempio chi cammina sulla neve:

► con le racchette affonda poco, perché il suo peso si distribuisce sulla superficie della racchetta.

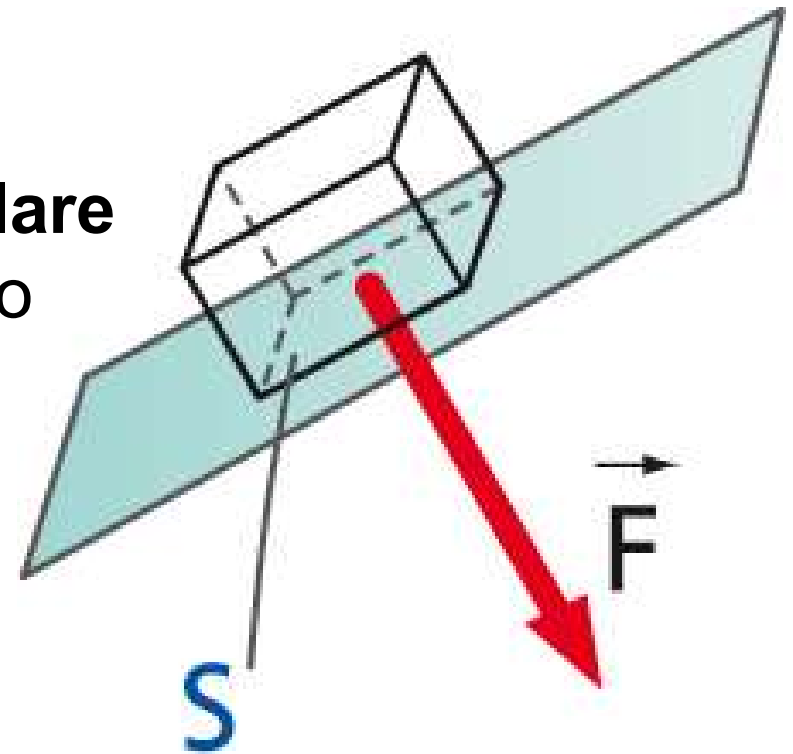


► Se ha solo le scarpe, affonda di più, perché la superficie di appoggio è decisamente minore.



La pressione

La **pressione** è una grandezza **scalare** definita come il rapporto tra il modulo della forza (perpendicolare alla superficie) e l'area di questa superficie.



pressione (Pa)

$$p = \frac{F}{S}$$

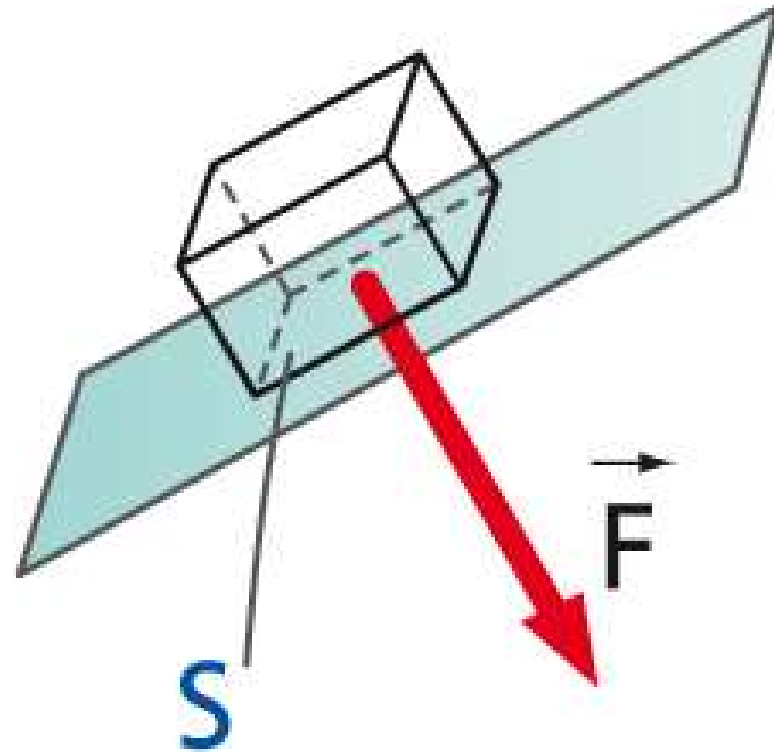
forza perpendicolare alla superficie (N)

area della superficie (m^2)

La pressione

Nel Sistema Internazionale l'unità di misura della pressione è il pascal (Pa).

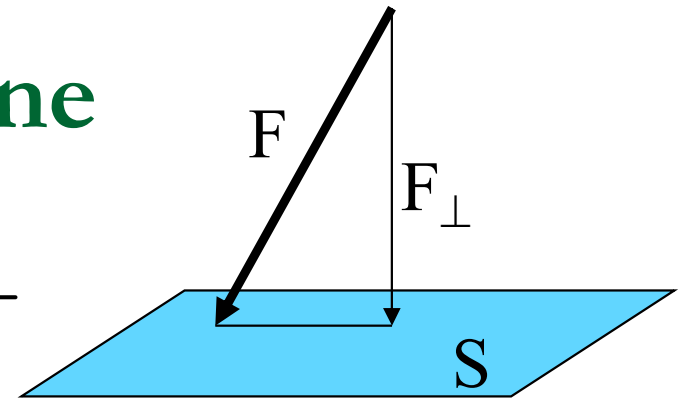
$$1 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2}$$



Non conta la forza in se ma la sua componente perpendicolare

Unità di misura della pressione

$$p = \frac{F_{\perp}}{S}$$



Altre unità di misura pratiche:

- 1 **baria** = 0,1 Pa c.g.s.
- 1 **bar** = 10^5 Pa meteorologia
- 1 **atm** = $1,013 \cdot 10^5$ Pa pressione atmosferica
- 1 **mmHg** = 1 **torr** = 133,322 Pa pressione esercitata da una colonna di mercurio alta 1 mm
- 1 **cmH₂O(4 °C)** = 98,0638 Pa pressione esercitata da una colonna di acqua alta 1 cm

Comprimibilità o compressibilità

La **comprimibilità** (o **compressibilità**) è la proprietà di un corpo per cui il suo volume diminuisce quando aumenta la pressione che agisce sulla sua superficie di contorno.

La diminuzione (variazione negativa) di volume ΔV del corpo è proporzionale al volume originario V e alla variazione ΔP della pressione:

$$\Delta V = -c V \Delta p$$

La costante c di proporzionalità prende il nome di **coefficiente di comprimibilità** e definisce quantitativamente questa proprietà del fluido.

$$c = - \frac{\Delta V}{V} \frac{1}{\Delta p}$$

Dimensionalmente è quindi l'inverso di una pressione (attenzione a non confondersi con il **fattore di compressibilità** dei gas reali che è un numero puro).

Fattore di c . Fattore correttivo dell'equazione di stato dei gas perfetti definito dal rapporto pV_m/RT , dove V_m è il volume molare, T la temperatura termodinamica e R la costante dei gas.

Comprimibilità o compressibilità

I solidi e i liquidi hanno una comprimibilità molto piccola poiché sia nello stato solido sia nello stato liquido gli atomi o le molecole sono assai vicini e quando si cerca di ridurre ulteriormente le distanze interparticellari insorgono elevate forze repulsive. (es. per il Fe, a temperatura e pressione ordinarie, $c = 6,4 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$)

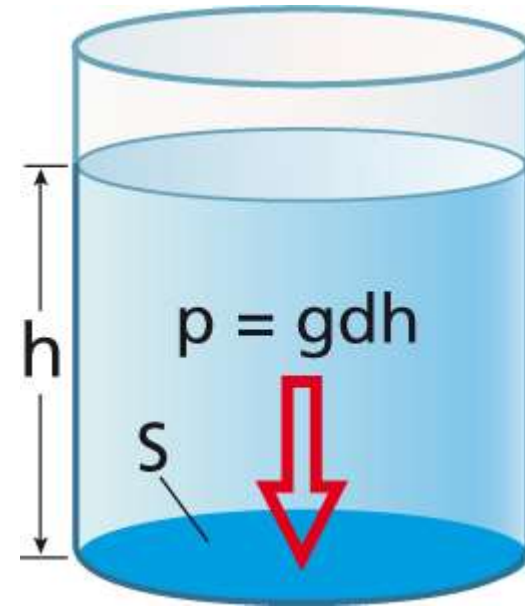
Il comportamento dei liquidi è in tutto analogo a quello dei solidi e anche per essi il coefficiente di comprimibilità è tanto piccolo da potersi affermare che in prima approssimazione i liquidi sono incompressibili (per l'acqua, a temperatura e pressione ordinarie, si ha $c = 4,6 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$).

Per i gas distinguiamo il coefficiente di compressibilità isoterma, che vale $c = 1/p$, dal coefficiente di c. adiabatica vale che $1/\gamma p$, essendo γ il rapporto tra i calori specifici a pressione costante e a volume costante.

Statica

La pressione della forza peso nei liquidi

- Ogni liquido è soggetto alla forza-peso, che determina una pressione data dalla **legge di Stevino**:
- *La pressione dovuta al peso di un liquido è proporzionale sia alla **densità** del liquido che alla sua **profondità**.*



pressione esercitata da un liquido (Pa)

$$p_l = g d h$$

costante g (N/kg)

densità del liquido (kg/m^3)

profondità del liquido (m)

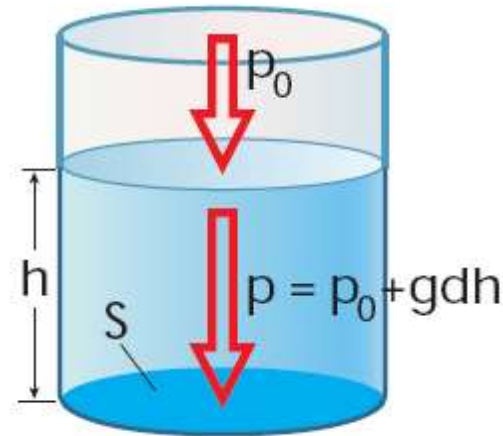
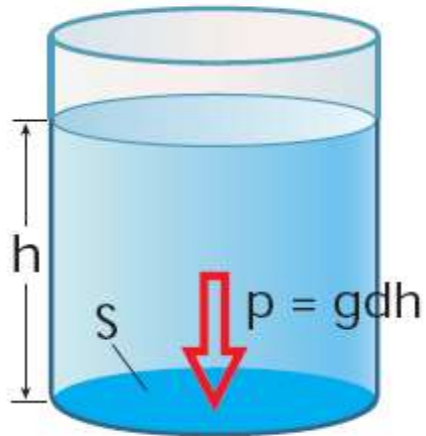
Esempio

- Qual è la pressione della colonna d'acqua a cui è sottoposto un sub che si trova a una profondità di 4 metri?
 - In generale, alla pressione dovuta alla colonna d'acqua, bisogna aggiungere la pressione atmosferica che agisce sulla superficie del mare: $p_0 = 10,1 \times 10^4 \text{ Pa}$



$$p = gdh = \left(9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right) \times \left(1,03 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \times (4,0 \text{ m}) = 4,0 \times 10^4 \text{ Pa}$$

La pressione della forza peso nei liquidi



- La **densità** del liquido è il rapporto tra la sua massa ed il suo volume:

$$d = \frac{m}{V}.$$

- gdh è la pressione dovuta al peso della colonna d'acqua. Ad essa si deve sommare la pressione atmosferica p_0 :

$$p = p_0 + gdh$$

Dimostrazione della legge di Stevino

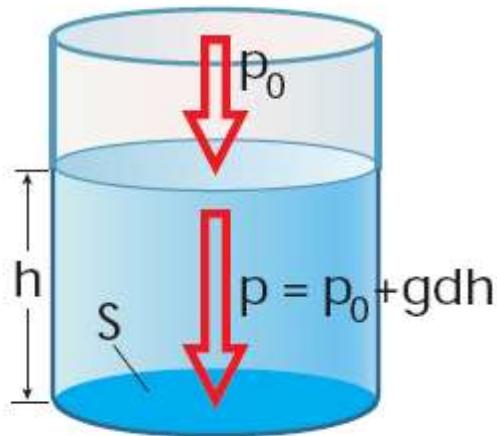
- La pressione sulla superficie S è causata dal peso del liquido sovrastante, di volume $V = Sh$ e massa $m = d V = dSh$.
- La pressione del liquido è:

$$p_l = \frac{F_p}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{d\cancel{S}hg}{\cancel{S}} = dhg.$$

- che nel caso più generale diventa:

$$p_l = gdh$$

ossia

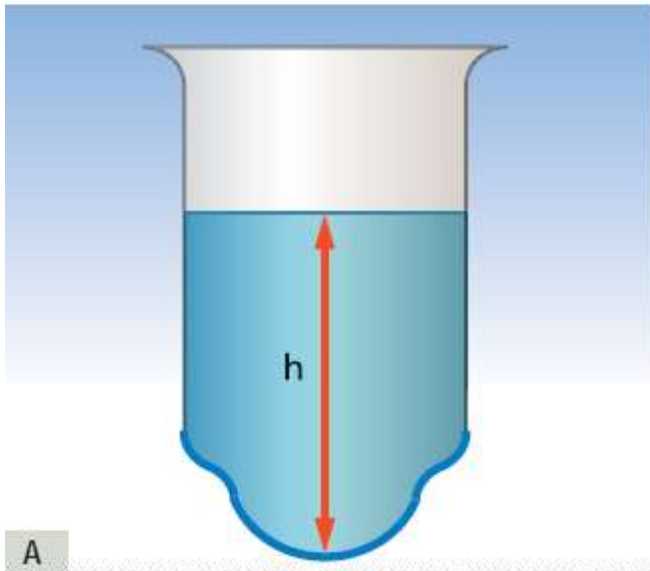


$$p = p_0 + gdh$$

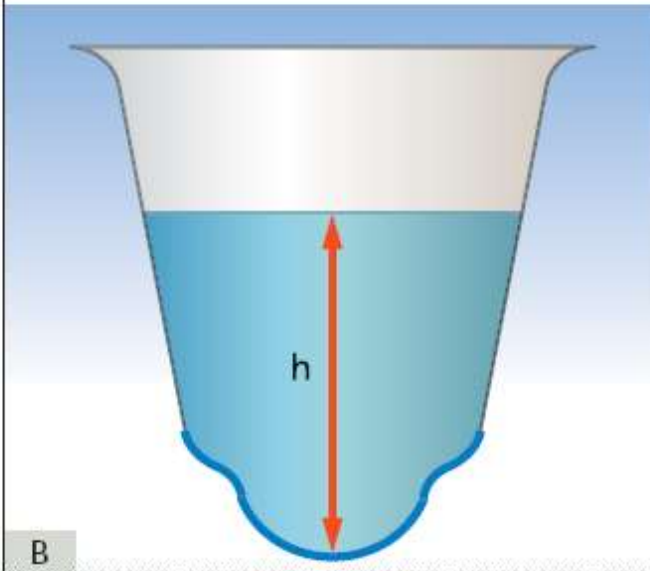
La pressione sul fondo di un recipiente

- Prendiamo tre recipienti di forma diversa, chiusi alla base da una membrana di gomma:

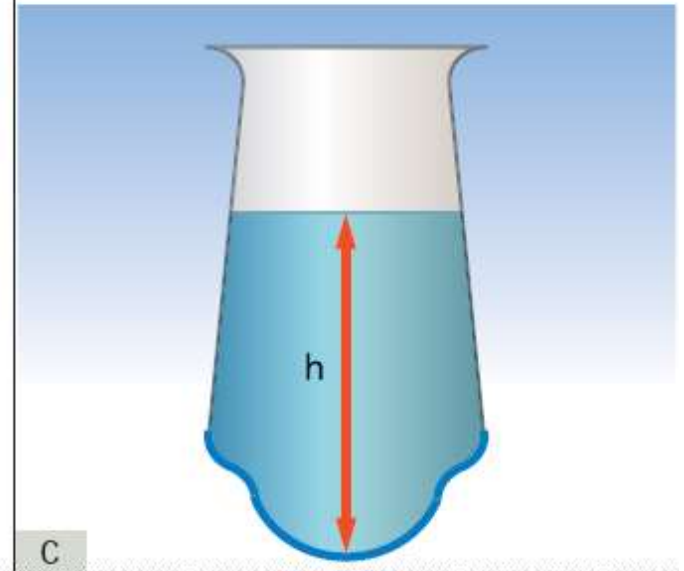
► Se versiamo dell'acqua la membrana si gonfia per la pressione esercitata dal peso dell'acqua.



► Se l'acqua raggiunge la stessa altezza h nei tre vasi le tre membrane si gonfiano allo stesso modo.

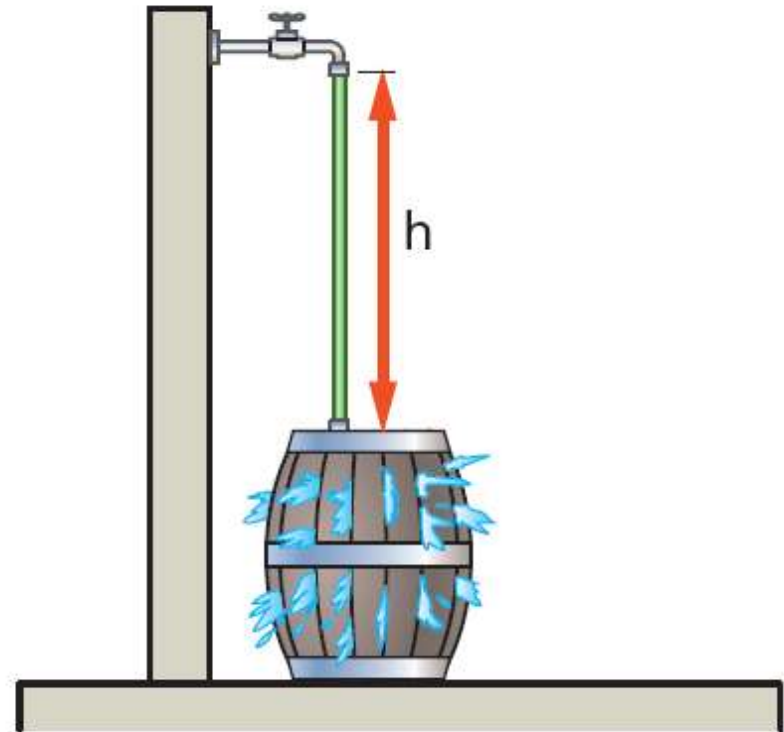


► Ciò significa che la pressione alla base dei tre recipienti ha lo stesso valore.



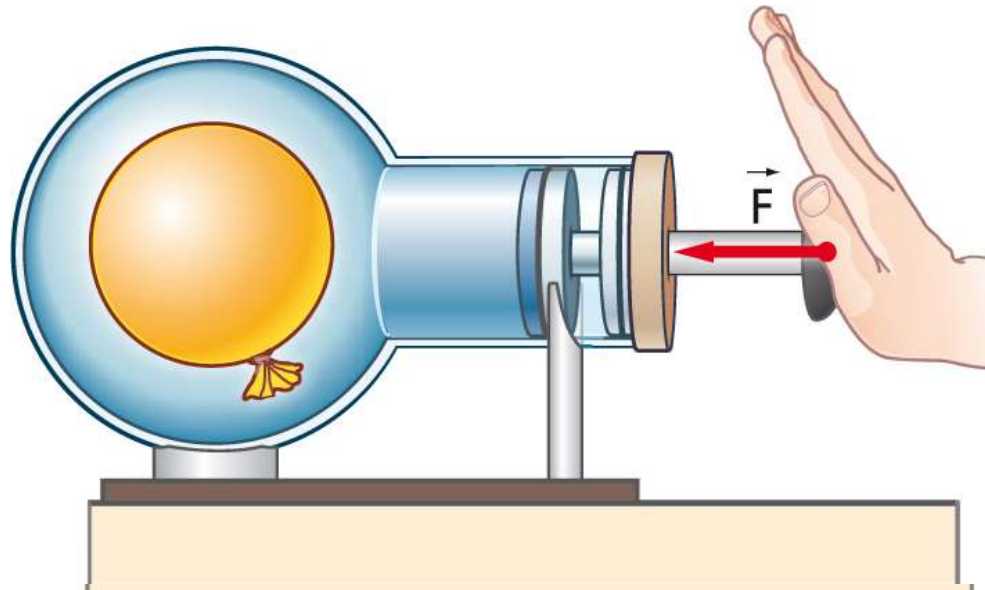
La pressione sul fondo di un recipiente

- La pressione esercitata dal liquido dipende solo dal livello del liquido e non dalla quantità.
- Ad esempio, si può riuscire a spaccare una botte piena d'acqua aggiungendo solo un tubo sottile riempito d'acqua.



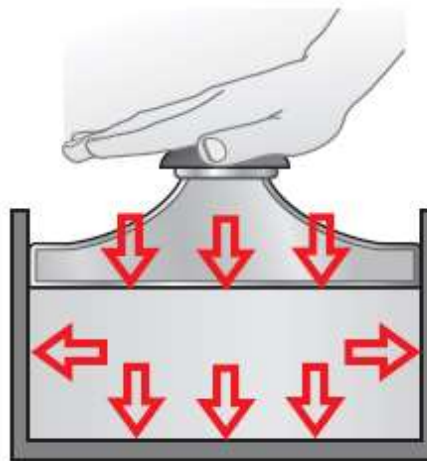
La legge di Pascal

La pressione esercitata su una superficie qualsiasi di un liquido si trasmette, con lo stesso valore, su ogni altra superficie a contatto con il liquido.

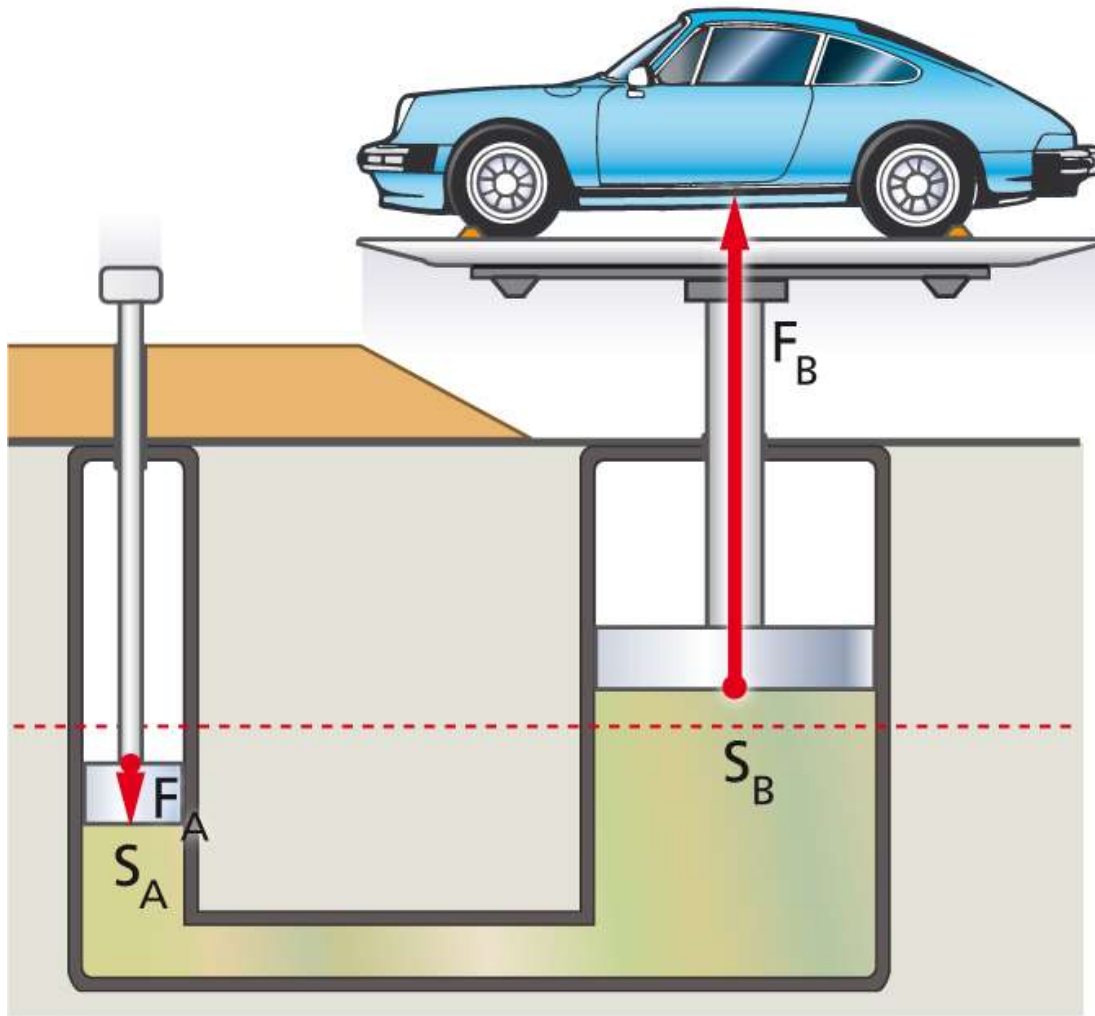


La legge di Pascal

- Il palloncino, posto nell'acqua, **mantiene sempre la forma sferica**.
- Questo è spiegato dalla **legge di Pascal**:
- La pressione esercitata su qualsiasi superficie di un liquido si trasmette, **con lo stesso valore**, su ogni altra superficie a contatto con il liquido.



Il torchio idraulico



Legge di Pascal

$$\frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}$$



$$F_A : F_B = S_A : S_B$$

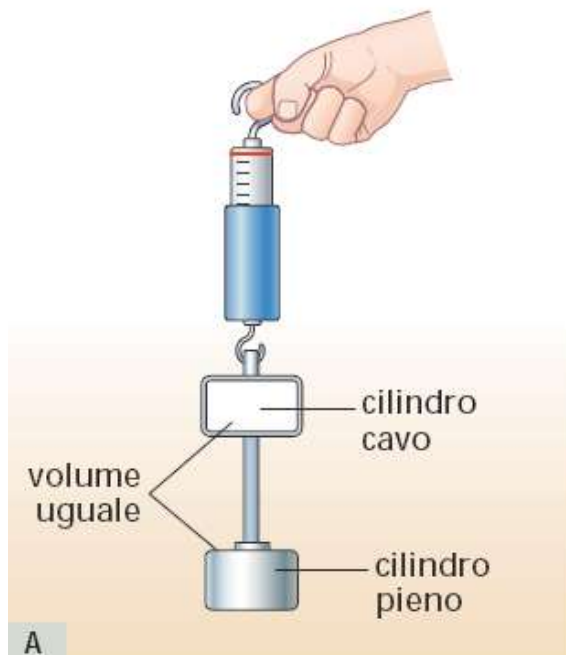


$$F_A = F_B \frac{S_A}{S_B}$$

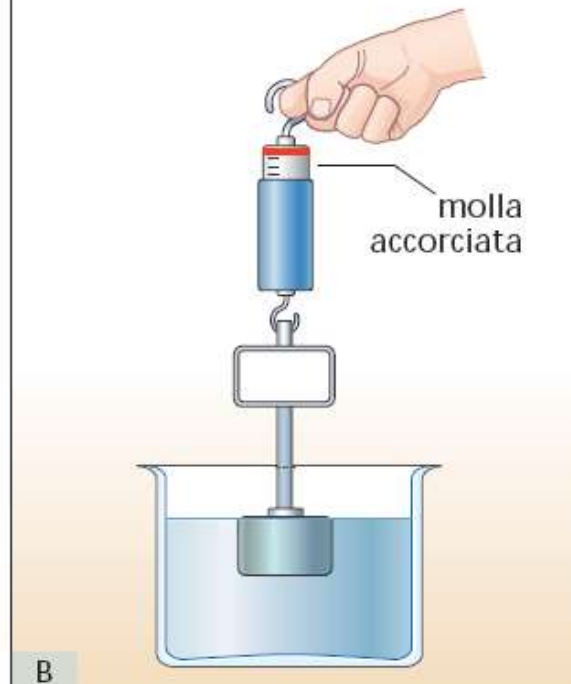
La spinta di Archimede

- Spiega perché alcuni corpi in acqua affondano mentre altri galleggiano.

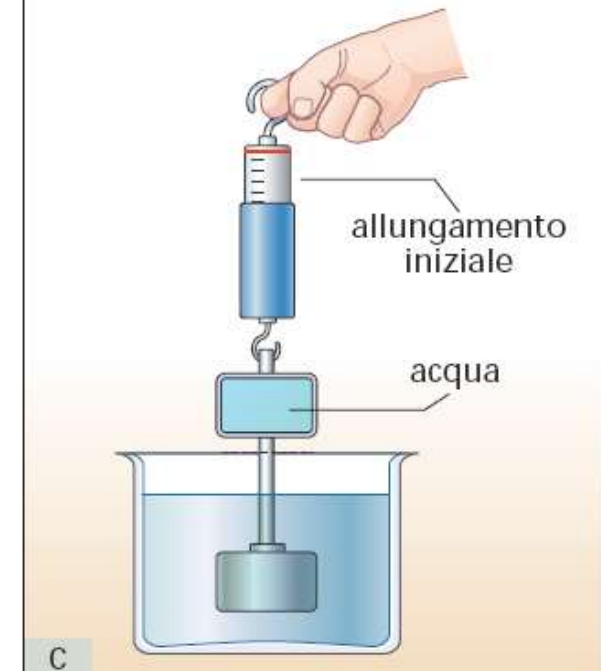
► Appendiamo a un dinamometro due cilindri: quello in basso è pieno, mentre quello in alto è cavo ma racchiude lo *stesso volume*.



► Immergiamo il cilindro pieno in acqua. La molla del dinamometro si accorcia: la forza che agisce su di esso è meno intensa.



► Riempiamo d'acqua il cilindro vuoto: l'allungamento del dinamometro ritorna identico a quello iniziale.



La spinta di Archimede

- Legge di Archimede: un corpo immerso in un fluido riceve una spinta verso l'alto di intensità pari al peso del volume del fluido spostato.

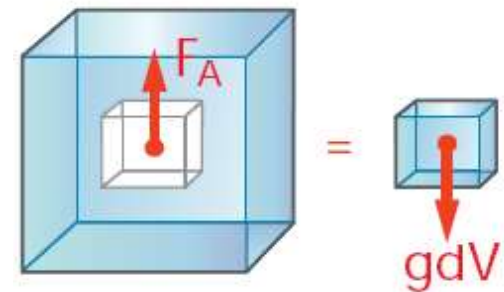
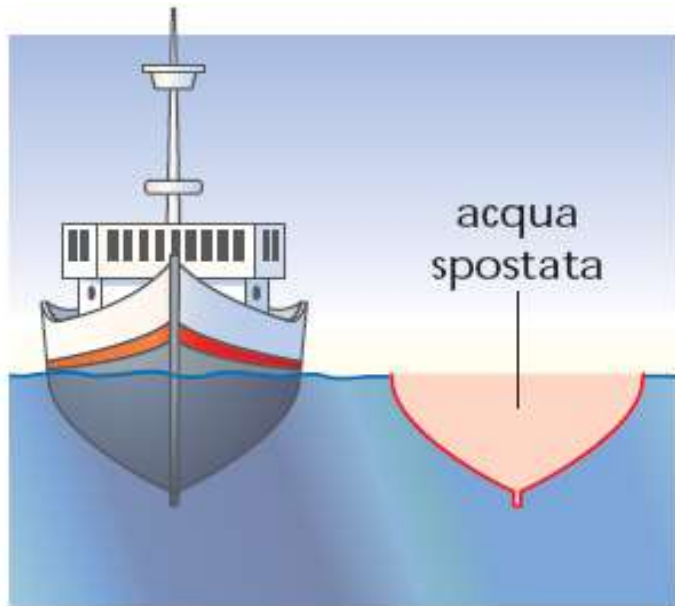
spinta di Archimede (N)

costante g (N/kg)

densità del liquido (kg/m^3)

volume del liquido spostato (m^3)

$$F_A = g d V$$

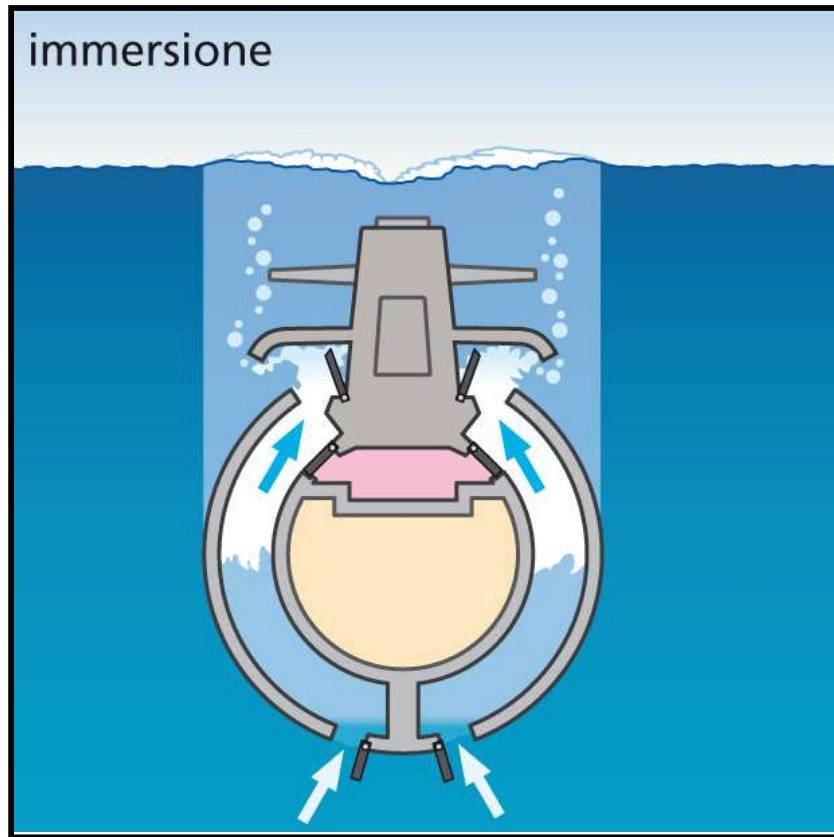


La spinta di Archimede: la mongolfiera

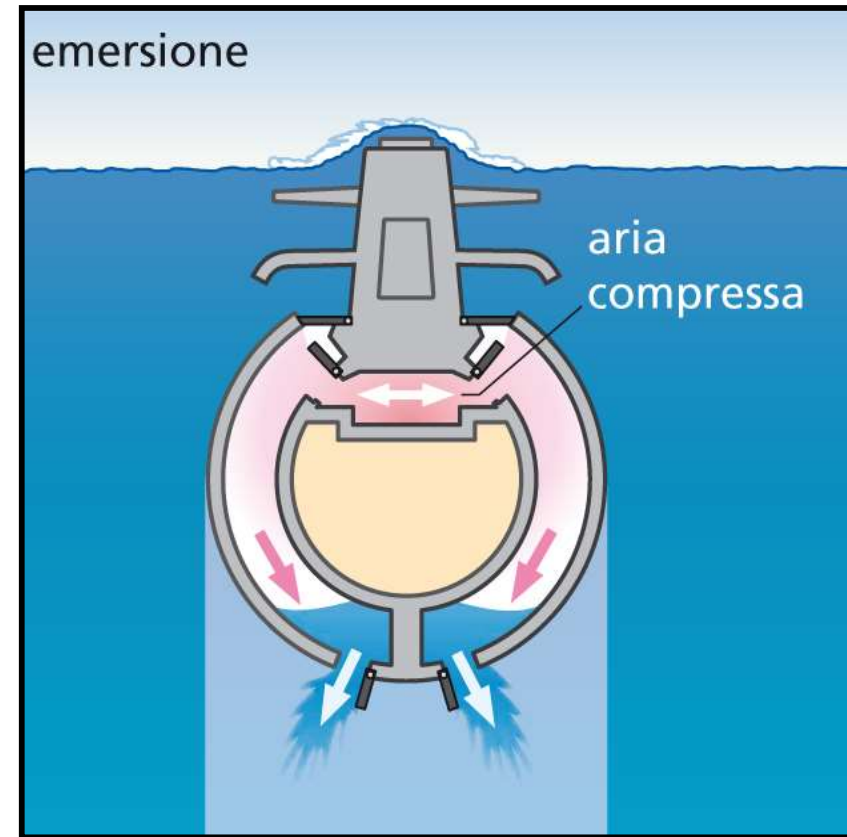


La legge di Archimede
vale anche per i **gas**.

La spinta di Archimede: sommergibili



densità **maggiore**
dell'acqua

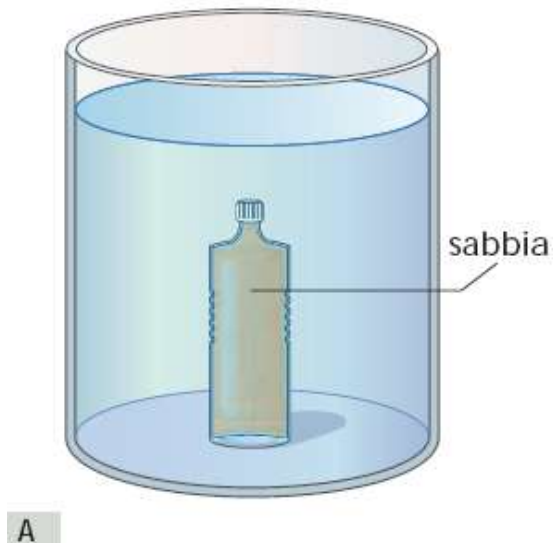


densità **minore**
dell'acqua

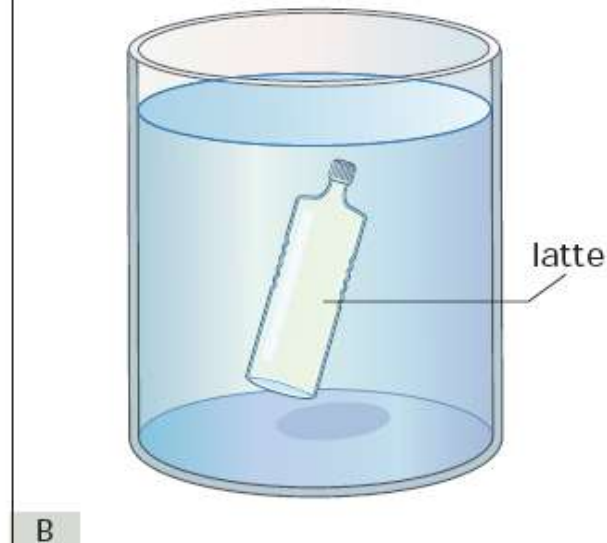
Il galleggiamento dei corpi

- Quanto detto si verifica con un semplice esperimento, immergendo in acqua tre bottiglie diverse.

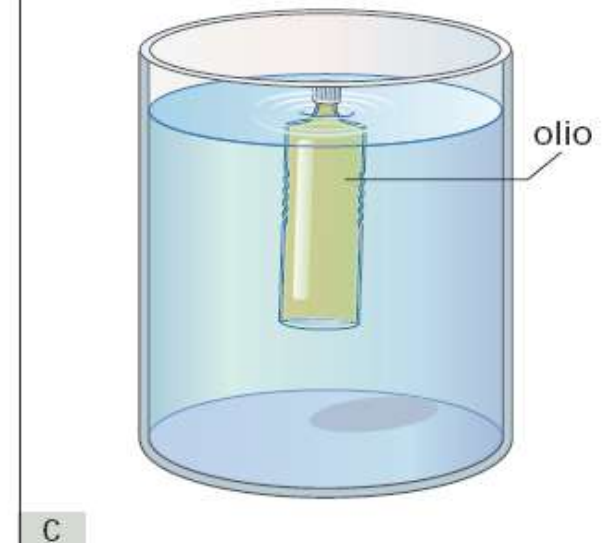
► La bottiglia piena di sabbia ha *densità maggiore* dell'acqua e affonda.



► La bottiglia di latte ha *densità uguale* all'acqua e galleggia, cioè non va né su né giù.



► La bottiglia di olio ha *densità minore* dell'acqua e sale verso la superficie.



Esempi

- Qual è la frazione f visibile di un *iceberg* che galleggia in acqua di mare?



Esempi

Soluzione:

Il volume totale dell'*iceberg* sia V_i . La sua parte invisibile sta sott'acqua e quindi è pari al volume V_f del fluido (acqua di mare) spostato dalla porzione sommersa. Vogliamo trovare la frazione f

$$f = \frac{V_i - V_f}{V_i} = 1 - \frac{V_f}{V_i}$$

Ma non conosciamo nessuno dei due volumi. Abbiamo però un'idea chiave, dal momento che l'*iceberg* galleggia il suo peso deve essere equilibrato dal peso della massa d'acqua spostata, cioè dovrà essere

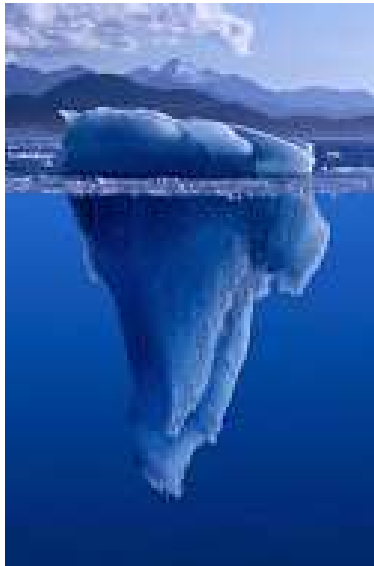
$$m_i g = m_f g$$

Da cui si deduce che $m_i = m_f$. La massa dell'*iceberg* è dunque identica alla massa del fluido spostato (acqua di mare). Non conosciamo né l'una né l'altra, ma leggendo i valori delle loro masse volumiche (densità) nella tabella, possiamo esprimerle in termini di volume grazie alla definizione di densità. Dato che le masse sono uguali, avremo

$$\rho_i V_i = \rho_f V_f \Rightarrow \frac{V_f}{V_i} = \frac{\rho_i}{\rho_f}$$

Quindi possiamo scrivere

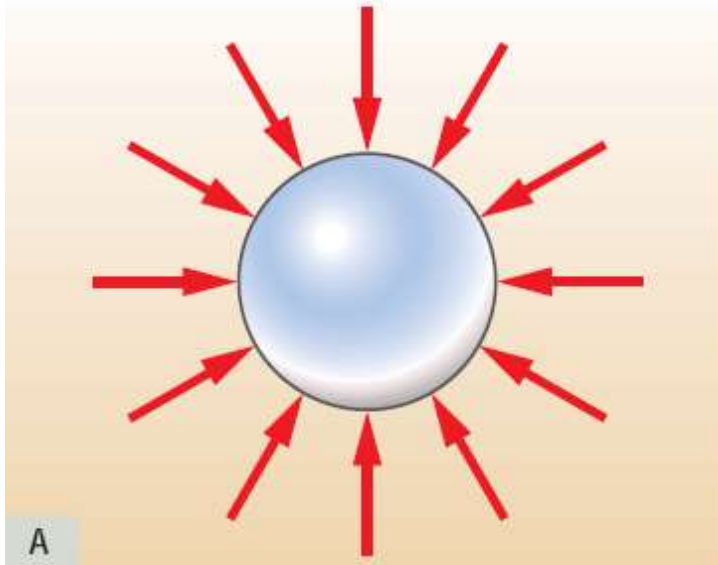
$$f = 1 - \frac{\rho_i}{\rho_f} = 1 - \frac{917 \frac{kg}{m^3}}{1024 \frac{kg}{m^3}} = 0.1 = 10\%$$



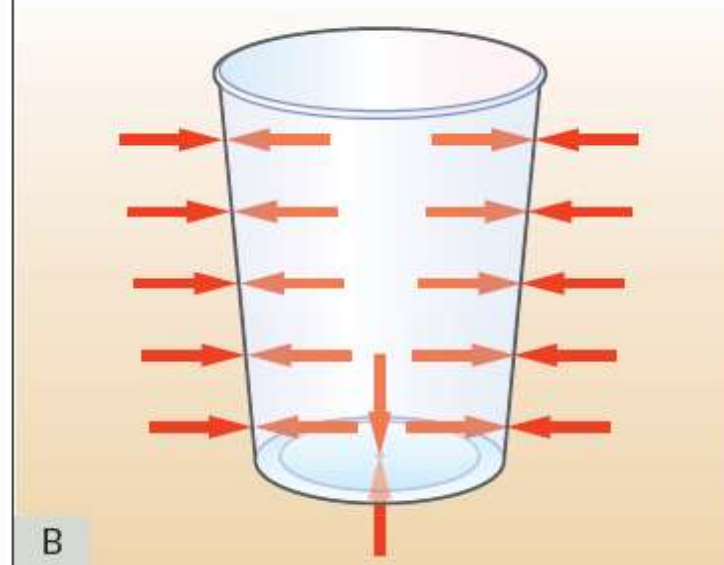
La pressione atmosferica

- Tutti gli oggetti sulla Terra sono sottoposti alla pressione esercitata dalla colonna d'aria che li sovrasta: la **pressione atmosferica**.

► Un oggetto massiccio risente di *forze*, dovute alla pressione atmosferica, che si equilibrano esattamente. Quindi non si sposta.

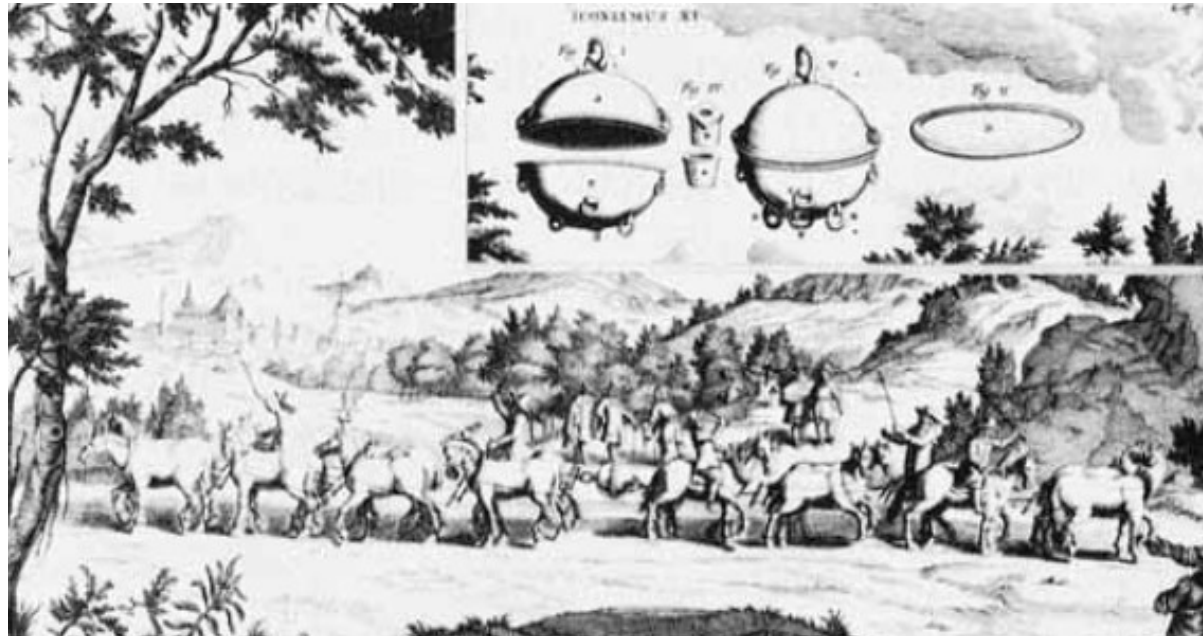


► Un oggetto cavo subisce *forze*, dovute alla pressione atmosferica, sulle superfici esterne e interne: non si deforma e non si sposta.



La pressione atmosferica

- Nel 1654 a Magdeburgo ebbe luogo un esperimento storico, in cui 16 cavalli non riuscirono a separare due semisfere metalliche tra cui era stato fatto il vuoto.



- La pressione atmosferica, **agendo solo all'esterno delle semisfere**, le rendeva inseparabili.

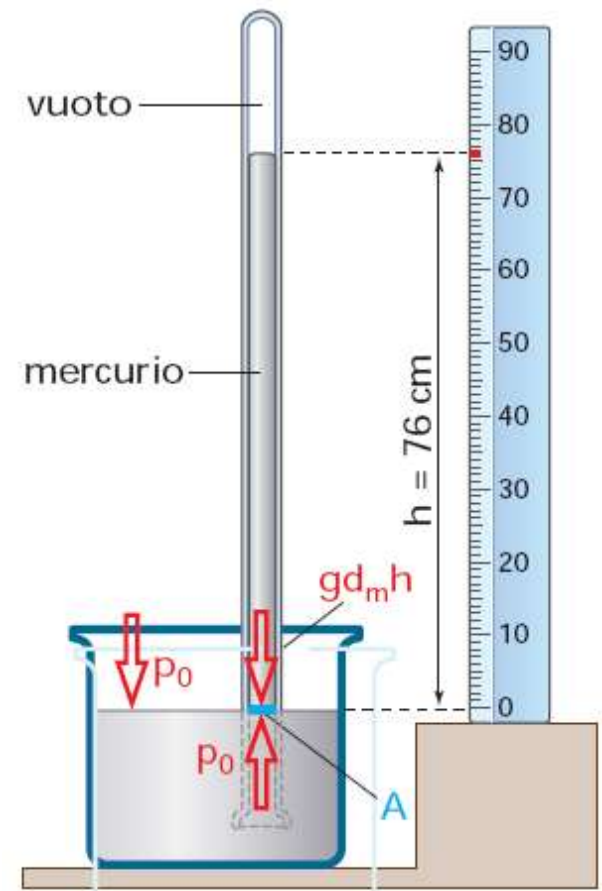
La pressione atmosferica

- Venne misurata da Evangelista Torricelli, che capovolse un tubo pieno di mercurio in una bacinella piena di mercurio.
- La pressione esercitata dalla colonna di mercurio deve uguagliare la pressione atmosferica sulla superficie libera.

$$p_0 = g d_m h$$

- Al livello del mare $h=76$ cm e

$$p_0 = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa.}$$



La pressione atmosferica



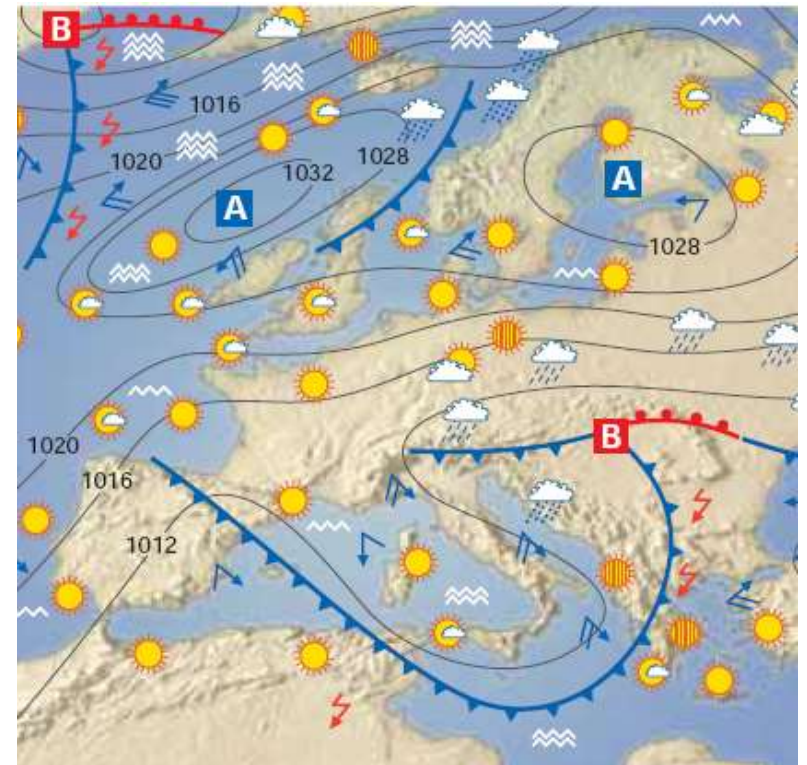
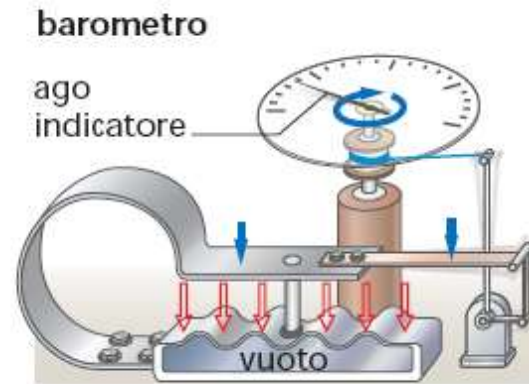
- Unità di misura della pressione atmosferica:
 - il pascal (Pa): $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N}/1 \text{ m}^2$;
 - l'atmosfera: $1 \text{ atm} = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$;
 - il bar: $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ (circa 1 atm) usato in meteorologia con il sottomultiplo mbar.
- La pressione diminuisce con l'altitudine perché la colonna d'aria che ci sovrasta è più bassa e più rarefatta.
- La diminuzione della pressione atmosferica è pari a circa **1300 Pa** per **ogni 100 m** di innalzamento.

La pressione atmosferica

- **Strumenti di misura** della pressione atmosferica:
 - barometri a mercurio;
 - barometri metallici.

In meteorologia si disegnano le curve in cui la pressione atmosferica ha lo stesso valore: le *isobare*.

A: alta pressione (bel tempo)
B: bassa pressione (maltempo).



Test

Osservando un oggetto perfettamente immobile in galleggiamento nel mare, che cosa si può dire delle forze che agiscono su di esso?

- A) La forza peso non agisce in mare
- B) Agiscono solo le forze convettive delle correnti marine che lo tengono sollevato dal fondo
- C) Agiscono più forze, ma la loro risultante è nulla
- D) La forza di Archimede risulta maggiore di tutte le altre forze
- E) Non agisce alcuna forza

Risposta corretta: C

Test

Un corpo ha una massa di 30 grammi e un volume di 50 cm³. Ponendolo in acqua, che cosa succede?

- A) Viene sommerso in profondità
- B) Oscilla con moto armonico tra il fondo e la superficie
- C) Resta sospeso in prossimità della superficie
- D) Affonda
- E) Galleggia

Risposta corretta: E

Test

La pressione assoluta esercitata da una colonna di fluido di altezza h :

- A. aumenta linearmente con la profondità.
- B. è indipendente dalla profondità del liquido
- C. è direttamente proporzionale al quadrato della profondità
- D. dipende dalla quantità di fluido sottostante

Risposta corretta: A

Test

In un torchio idraulico:

- A. Si perde in termini di forza si guadagna in termini di spostamento
- B. Non vale la legge di conservazione dell'energia
- C. Si guadagna in termini di forza e in termini di spostamento
- D. Si guadagna in termini di forza e si perde in termini di spostamento

Risposta corretta: D

Test

Perché non avvertiamo una spinta di Archimede da parte dell'atmosfera in cui siamo immersi?

- A. Perché la spinta ha lo stesso valore su tutte le superfici del nostro corpo, comunque orientate.
- B. Perché la spinta, pur reale, è molto inferiore alla forza di gravità.
- C. Perché il corpo umano non è cavo.
- D. Perché la spinta di Archimede è diversa da zero soltanto per corpi di densità inferiore al fluido in cui sono immersi.

Risposta corretta: B

Test

Una nave galleggia sulla superficie del mare

- A. se la sua densità media è maggiore di quella dell'aria.
- B. se la sua densità media è minore di quella dell'aria.
- C. se la sua densità media è maggiore di quella dell'acqua del mare
- D. se la sua densità media è minore di quella dell'acqua del mare.

Risposta corretta: D

Test

La pressione alla base di un cilindro contenente un liquido è:

- A. indipendente dall'altezza del liquido
- B. indipendente dalla sezione del cilindro
- C. indipendente dall'accelerazione di gravità
- D. funzione solo della densità del liquido e della temperatura

Risposta corretta: B

Test

Il valore della pressione atmosferica al livello del mare vale all'incirca:

- A. 101 bar.
- B. 101 millibar.
- C. 101 kPa.
- D. 101 Pa.

Equivalentemente essa vale circa 1,01 bar, ovvero sia 1010 millibar.

Risposta corretta: C

Test

Un'automobile è ferma da tempo perché ha un grosso foro nella gomma. Si può affermare che l'aria all'interno della gomma...

- A. non c'è più
- B. è a pressione minore di quella esterna
- C. è alla stessa pressione di quella esterna.
- D. è a pressione maggiore di quella esterna

Risposta corretta: C

Test

La pressione di un'atmosfera è:

- A. la pressione a livello del mare in qualsiasi giorno dell'anno
- B. la pressione atmosferica a 76 m dal livello del mare a 4 °C
- C. la pressione esercitata da una colonna di mercurio di 76 cm d'altezza
- D. la pressione esercitata da una colonna d'acqua di 76 m d'altezza

Risposta corretta: C

Test

Un recipiente aperto contiene un liquido (densità d , pressione ambiente P_a). La differenza di pressione tra due punti situati a profondità che differiscano di un'altezza h è:

- A. $d * g * h$
- B. $P_a + d * g * h$
- C. $P_a - d * g * h$
- D. d/g

Risposta corretta: A

Test

La spinta di Archimede non dipende :

- A. dalla quantità di fluido presente intorno al corpo
- B. dalla forza di gravità
- C. dalla profondità alla quale si trova il corpo
- D. dalla densità del fluido

Risposta corretta: C

Test

Perché aspirando l'aria da un recipiente di latta, questo si accartoccia?

- A. nessuna delle risposte precedenti è corretta
- B. è schiacciato dalla pressione atmosferica perchè la pressione interna è minore della pressione esterna
- C. la pressione interna è maggiore della pressione esterna
- D. la pressione interna aumenta

Risposta corretta: B

Test

Un cubo di lato l è immerso nell'acqua per $1/4$ del suo volume. Allora la densità del cubo è:

- A. non si può determinare
- B. il doppio di quella dell'acqua
- C. la metà di quella dell'acqua
- D. $1/4$ di quella dell'acqua

$$F_a = 1/4 * V * d(\text{acqua}) * g$$

$$P = V * d(\text{cubo}) * g$$

$$F_a = P$$

Risposta corretta: D

Test

Sono dati due recipienti di forma e volume diversi e riempiti con uno stesso tipo di liquido. Sulla superficie libera dei due recipienti si esercita la stessa pressione atmosferica. Se nei due recipienti si raggiunge la stessa altezza di liquido rispetto alle rispettive superficie di fondo (piane e orizzontali), in quale di essi la pressione sul fondo sarà maggiore?

- A. In quello che ha una maggiore superficie di fondo
- B. In quello che ha una maggiore superficie libera
- C. In entrambi i recipienti la pressione sul fondo sarà uguale
- D. In quello che contiene un maggior volume di liquido

Risposta corretta: C

Test

La pressione è una grandezza:

- A. vettoriale, definita come il rapporto tra forza perpendicolare a una superficie e area della superficie
- B. scalare, definita come il rapporto tra forza perpendicolare a una superficie e area della superficie.
- C. vettoriale, definita come il rapporto tra forza parallela a una superficie e area della superficie.
- D. scalare, definita come il rapporto tra forza parallela a una superficie e area della superficie.

Risposta corretta: B

Dinamica

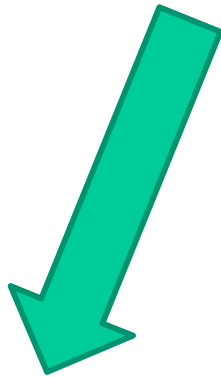
Il flusso

Il flusso indica lo scorrimento di un liquido o gas su una superficie o attraverso un determinato condotto e, con valore concreto, la quantità stessa di liquido ecc., che fluisce.

Il flusso può essere...

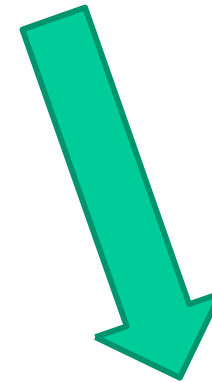
- ✓ stazionario, non stazionario o turbolento
- ✓ comprimibile o incompressibile
- ✓ viscoso o non viscoso
- ✓ di un fluido Ideale

**Esistono vari modelli per descrivere
la dinamica di un fluido.
Noi distinguiamo:**



Fluido ideale:

- **incomprimibile**
- **non viscoso**



Fluido reale

Fluido Comprimibile e Incomprimibile

I liquidi sono praticamente incomprimibili, cioè la loro densità resta costante anche se la pressione cambia. Quindi con buona approssimazione i liquidi scorrono senza cambiare in modo apprezzabile il loro volume. I gas sono invece molto comprimibili e quindi il loro flusso, in generale, dipende anche dalle variazioni di densità.

Flusso Viscoso e Non Viscoso

La viscosità di un fluido indica la resistenza imposta dal fluido allo scorrimento (attrito interno).

Un fluido viscoso, come per esempio il miele, non scorre facilmente e si dice che la sua viscosità è grande. L'acqua, che scorre più facilmente del miele, ha una viscosità più piccola di quella del miele. Il flusso di un fluido viscoso avviene con dissipazione di energia, perché la viscosità è dovuta a forze non conservative (attriti).

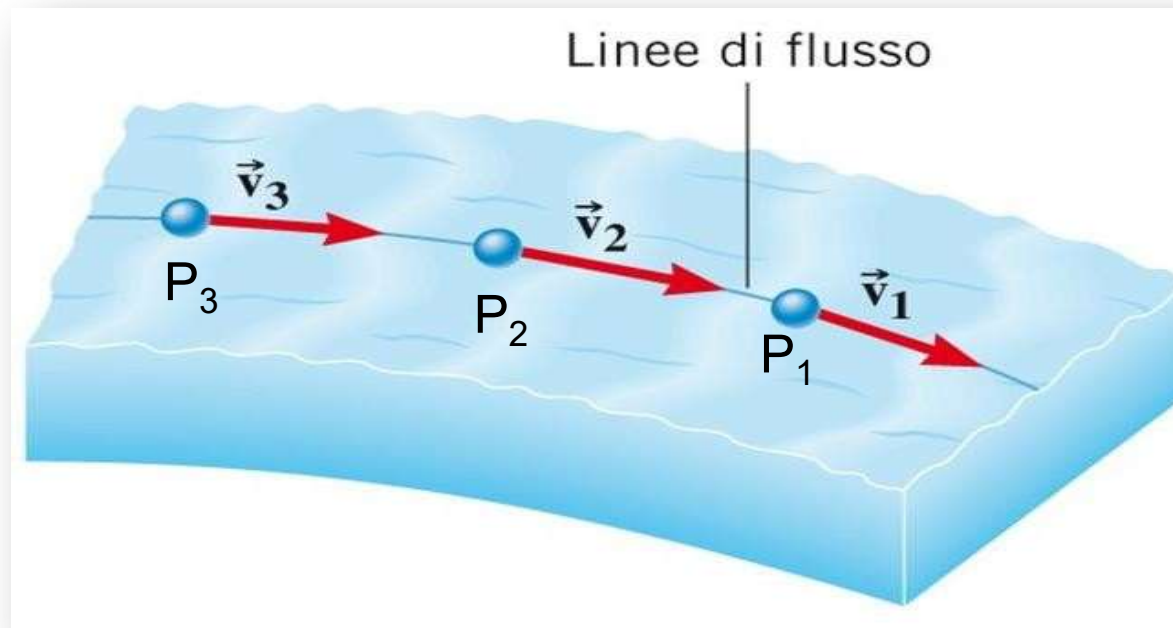
Flusso di un Fluido Ideale

Un fluido con viscosità nulla scorrerebbe senza alcuna dissipazione di energia. Anche se in nessun fluido reale la viscosità è nulla, alcuni fluidi hanno una viscosità trascurabile. Un fluido incompressibile e con viscosità nulla è chiamato **fluido ideale**.

Linea di Flusso

Il flusso si può descrivere mediante le **linee di flusso**. Fissato un punto (P_3 in figura) si misura la velocità di una particella di fluido passante per quel punto (v_3); ci si sposta di poco lungo tale vettore, nel punto P_2 , e si misura nuovamente la velocità (v_2); si ripete nuovamente l'operazione e si trova un nuovo punto P_1 e una nuova velocità (v_1).

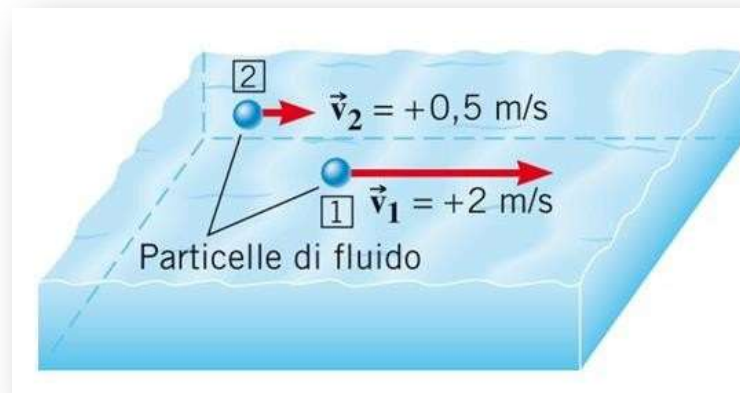
Connettendo tutti i punti trovati P_3 , P_2 , P_1 , si ottiene una curva: la **linea di flusso**.



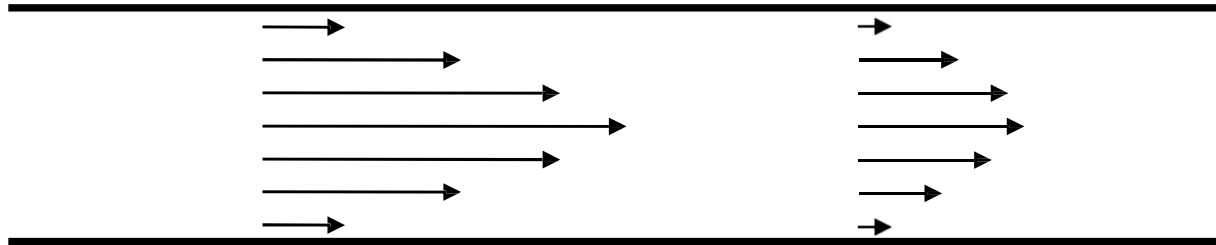
Flusso Stazionario

Nel flusso stazionario la velocità delle particelle del fluido, in un punto qualunque del fluido stesso, rimane costante nel tempo.

Le velocità in punti diversi del fluido possono anche essere diverse. Questo accade per esempio nei fiumi, in cui di solito l'acqua scorre più lentamente vicino alle rive e più velocemente nella parte centrale.



Flusso stazionario



La velocità di scorrimento, FISSATO IL PUNTO, è costante
NEL TEMPO

La velocità di scorrimento, FISSATO IL TEMPO, può variare
da punto a punto

Flusso Stazionario o Laminare

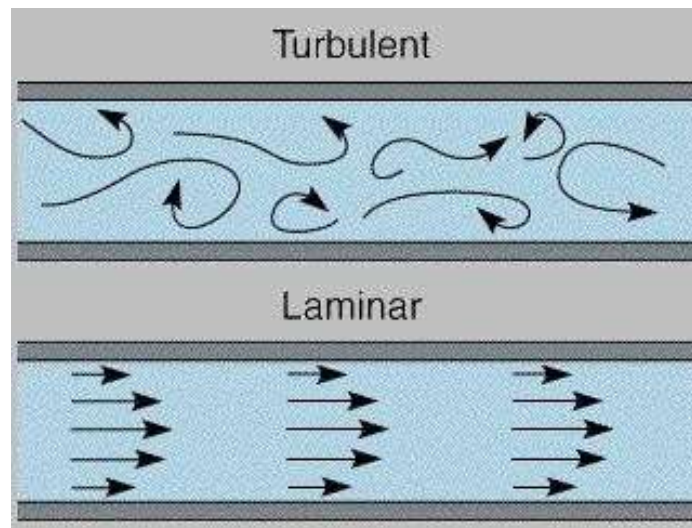
In un flusso stazionario le linee di flusso non si intersecano giacché, se si intersecassero in un punto, ogni particella giunta in quel punto potrebbe continuare a muoversi lungo una qualunque delle due linee variando la velocità del fluido nel punto di intersezione. Ciò renderebbe di fatto il flusso non più stazionario. Quindi in un flusso stazionario le linee di corrente non si intersecano e il fluido sembra composto da tante «lamine» che scorrono senza mescolarsi.

Per questo motivo il flusso stazionario viene anche chiamato flusso laminare.

Flusso non Stazionario e Turbolento

Il flusso è invece **non stazionario** quando la velocità in un punto del fluido cambia al variare del tempo.

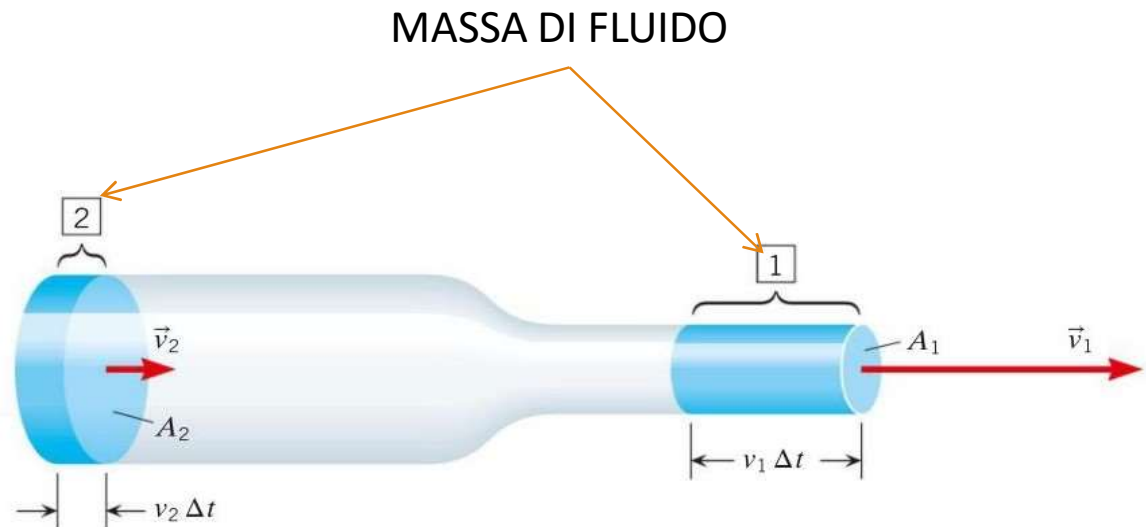
Il flusso è detto **turbolento** quando non solo non è stazionario, ma la velocità cambia in maniera caotica e imprevedibile sia in modulo sia in direzione e verso, come accade per esempio quando le particelle del fluido trovano ostacoli improvvisi lungo il percorso.



Equazione di Continuità

Se un fluido scorre in un condotto senza sorgenti né pozzi (né incrementi né perdite), la **portata di massa** ρAv ha lo stesso valore in tutti i punti del condotto. Per due punti qualunque 1 e 2 del condotto

$$\rho_1 \cdot A_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot A_2 \cdot v_2$$



ρ = densità del fluido (in kg/m^3)

A = area di una sezione trasversale del condotto (in m^2)

v = modulo della velocità del fluido (in m/s).

Unità di misura **portata di massa**: kilogrammi al secondo (kg/s).

Nei liquidi

Se un fluido è incomprimibile, la sua densità rimane costante durante il moto del fluido, perciò

nell'equazione di continuità si ha $\rho_1 = \rho_2$ e l'equazione diventa

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

Detta **equazione di continuità per un fluido incomprimibile**

La Portata

Av si **dice portata volumetrica**, o semplicemente portata, del condotto ed è indicata con il simbolo Q :

$$Q = A \cdot v$$

Nel Sistema Internazionale la portata volumetrica si misura in metri cubi al secondo (m^3/s).

Problema

Un'arteria di raggio $R_l = 2.5 \text{ mm}$ è parzialmente bloccata da una placca. Nella regione ostruita il raggio effettivo è $R_o = 1.8 \text{ mm}$ e la velocità media del sangue è di 50 cm/s .

Calcolare la velocità media del sangue nella regione NON ostruita.

Soluzione del Problema

- Indichiamo con v_l , la velocità del sangue nell'arteria libera e con v_o , la velocità media dell'arteria ostruita. Per l'equazione di continuità nei fluidi incompressibili si ha l'uguaglianza delle portate:

$$Q_l = Q_o \Rightarrow A_o \cdot v_o = A_l \cdot v_l$$

- Considerando le aree delle sezioni circolari:

$$\pi R_o^2 v_o = \pi R_l^2 v_l$$

- Da cui isolando v_l si ha:

$$v_l = \frac{R_o^2 v_o}{R_l^2}$$

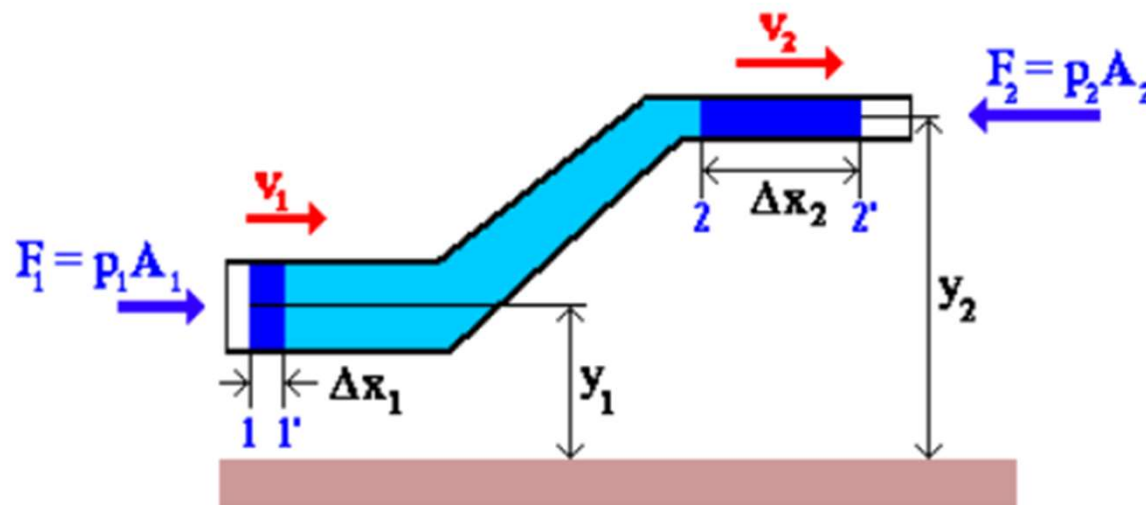
- Infine sostituendo i dati di cui disponiamo

$$v_l = \frac{(0.18 \text{ cm})^2 (50 \text{ cm s}^{-1})}{(0.25 \text{ cm})^2} = 25.9 \text{ cm s}^{-1}$$

Equazione di Bernoulli

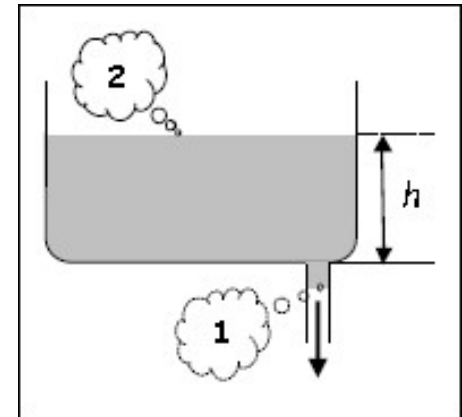
Quando il flusso di un fluido (ideale) non viscoso e incompressibile è stazionario, la densità ρ del fluido, la pressione p , il modulo della velocità v e la quota y in due punti qualunque (1 e 2) del fluido sono legati dalla relazione:

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$



Problema

Calcolare la velocità v con cui l'acqua inizia ad uscire dal foro di scarico di una vasca da bagno dove il livello iniziale dell'acqua è $h = 30 \text{ cm}$



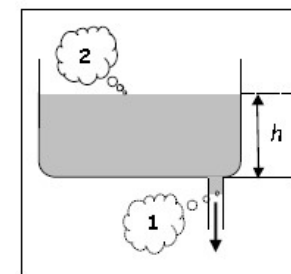
Soluzione

Si applica l'equazione di Bernoulli sul punto dello scarico ed in un altro punto , della vasca dove conosciamo i valori di p , v e h . Il punto 2, in questione è il livello superiore dell'acqua dove $p_2 = p_0$ (pressione atmosferica), $h_2 = h$ e $v_2 = 0$ perché non appena l'acqua inizia a defluire dal fondo, quella posta sulla superficie è ancora praticamente ferma. Al punto 1 vale invece $h_1 = 0$, e $v_2 = x$ e $p_1 = p_0$ (pressione atmosferica), perché la superficie del fronte d'acqua che sta uscendo dallo scarico si trova in diretto contatto con l'atmosfera. Quindi:

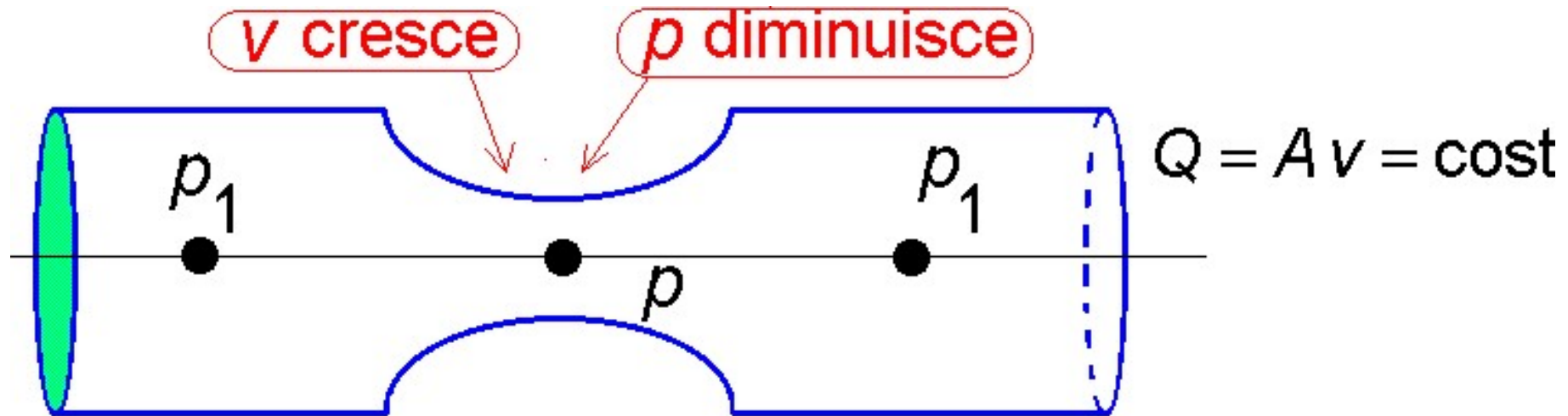
$$p_1 + \rho \cdot g \cdot y_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot y_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

$$p_0 + \rho \cdot g \cdot 0 + \frac{1}{2} \rho \cdot x^2 = p_0 + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \rho \cdot 0$$

$$x = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \Rightarrow x = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 30 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 2,425 \text{ m/s}$$



Teorema di Bernoulli



$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 \neq \text{cost}$$



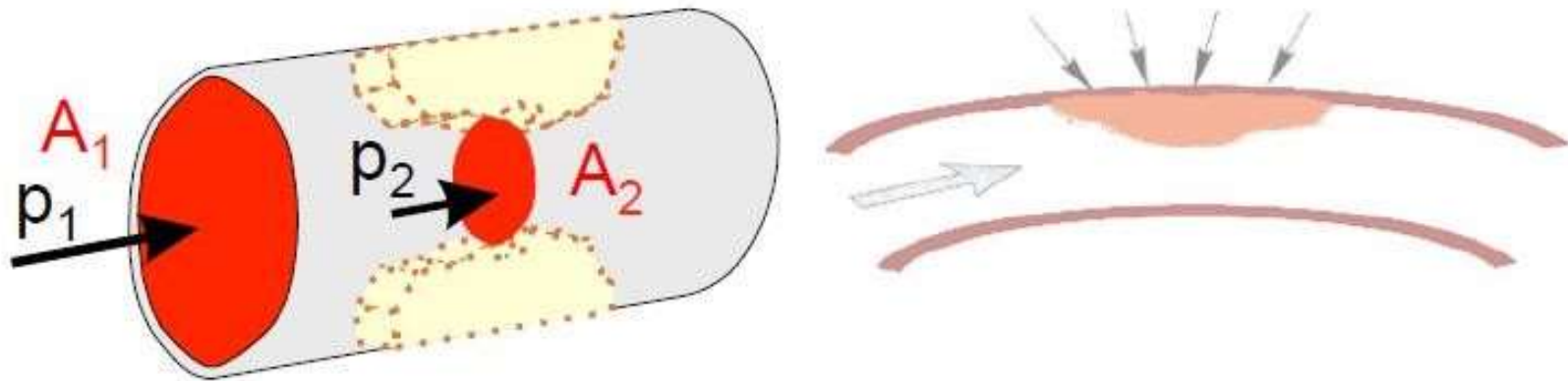
$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Se $A = \text{costante}$ allora: $v = \text{cost}$ e anche $p = \text{cost}$

Se A diminuisce allora v aumenta e p diminuisce

Conseguenze del teorema di Bernoulli

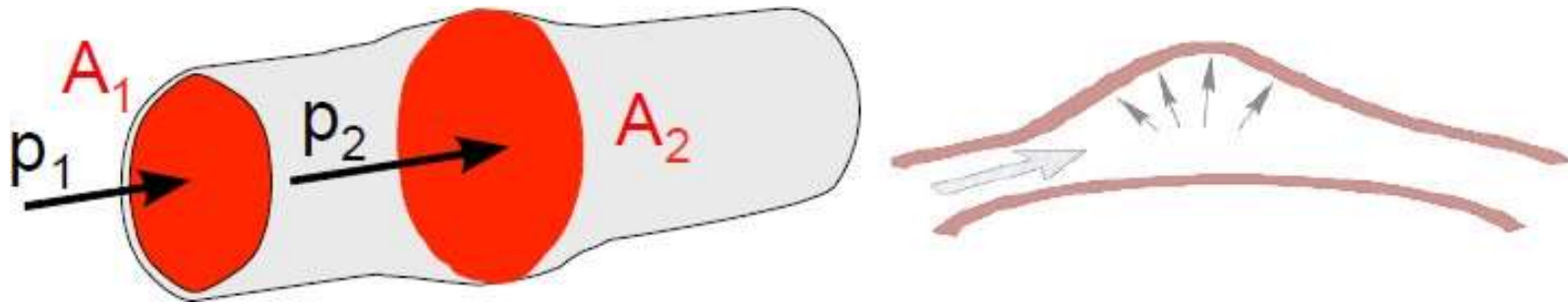
Stenosi: restringimento di un vaso sanguigno



$$A_1 > A_2 \longrightarrow p_1 > p_2$$

Conseguenze del teorema di Bernoulli

Aneurisma: allargamento di un vaso sanguigno

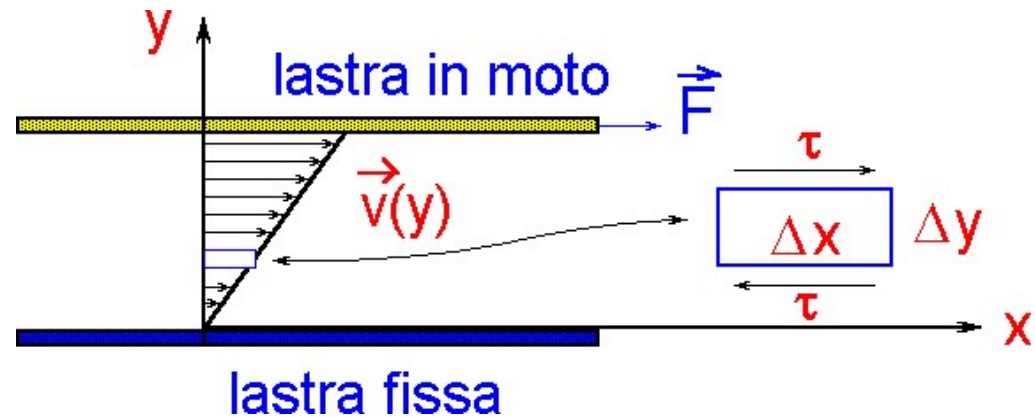
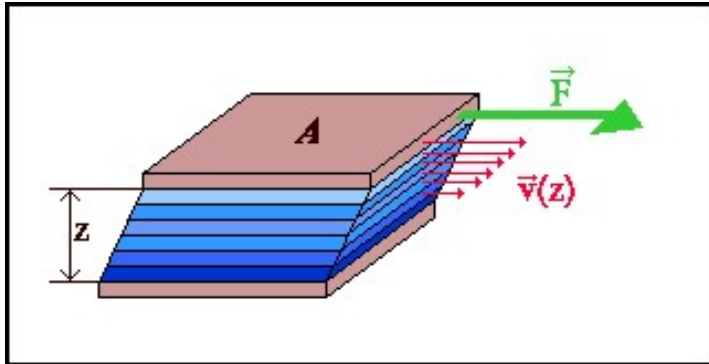


$$A_1 < A_2 \longrightarrow p_1 < p_2$$

Fluidi reali

- Nei fluidi reali esistono forze che tendono a opporsi al moto relativo delle particelle che li costituiscono.
- La capacità di trasmettere tali forze viene definita viscosità.
- Nel moto relativo di due strati di fluido, le forze che contrastano tale moto sono parallele alla superficie di separazione degli strati e quindi sono forze tangenziali rispetto alla superficie.

Viscosità



v = velocità tangenziale

$\tau \Rightarrow$ sforzo di taglio (“quanta forza applico per metro quadro”)

$$\boxed{(\tau = F / A)} \quad (\text{legge di Newton})$$

$$\boxed{\frac{F}{A} = \eta \frac{\Delta v}{\Delta y}}$$

H ₂ O	(T = 20°C)	$\eta = 1.005 \cdot 10^{-3}$	Pa · s
Sangue	(T = 37°C)	$\eta = 2.084 \cdot 10^{-3}$	Pa · s
Olio Ricino	(T = 20°C)	$\eta = 0.986$	Pa · s
Aria	(T = 20°C)	$\eta = 1.81 \cdot 10^{-5}$	Pa · s

Viscosità

La **viscosità** dipende fortemente dalla temperatura!!!

Nei gas aumenta con la temperatura

$$\eta \approx \sqrt{T}$$

(aumenta il moto termico delle molecole)

Nei liquidi diminuisce con la temperatura (le forze di attrazione intermolecolari decrescono con il crescere di T).

Legge di Poiseuille

Si consideri un liquido viscoso che scorre in modo **stazionario** in una condotta orizzontale a sezione costante e di forma cilindrica. La differenza Δp fra le pressioni esercitate alle sue estremità provoca lo scorrimento di un liquido di viscosità η . La portata Q del condotto **lungo L e di raggio r** è data da:



$$Q_v = \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{L}$$

L è la lunghezza del condotto
 r il suo raggio,
 η il coefficiente di viscosità del fluido
 Q_v la portata del condotto.

1. Diminuisce al crescere della viscosità (η)
2. Diminuisce al crescere della lunghezza del condotto (L)
3. Aumenta al crescere della differenza di pressione fra le estremità del condotto
4. Aumenta per condotti con sezione maggiore

Legge di Poiseuille

Resistenza idraulica (R) del condotto.

La legge di Poiseuille può essere interpretata come legge di proporzionalità tra la "causa" = ΔP che provoca il flusso e l'effetto = Q_v che ne segue, secondo una costante di proporzionalità R che dipende dalle caratteristiche geometriche del condotto e dalla viscosità del fluido:

da:

$$\Delta p = \frac{8\eta L}{\pi r^4} Q_v$$

$$R = \frac{8\eta L}{\pi r^4}$$

Resistenza idraulica

Legge di Poiseuille

Corrente elettrica = carica elettrica per unità di tempo

Portata = massa di fluido per unità di tempo

La legge di Poiseuille è analoga alla legge di Ohm:

Differenza di potenziale = (resistenza elettrica) · (corrente elettrica)

Differenza di pressione = (resistenza idraulica) · (portata)

Legge di Poiseuille

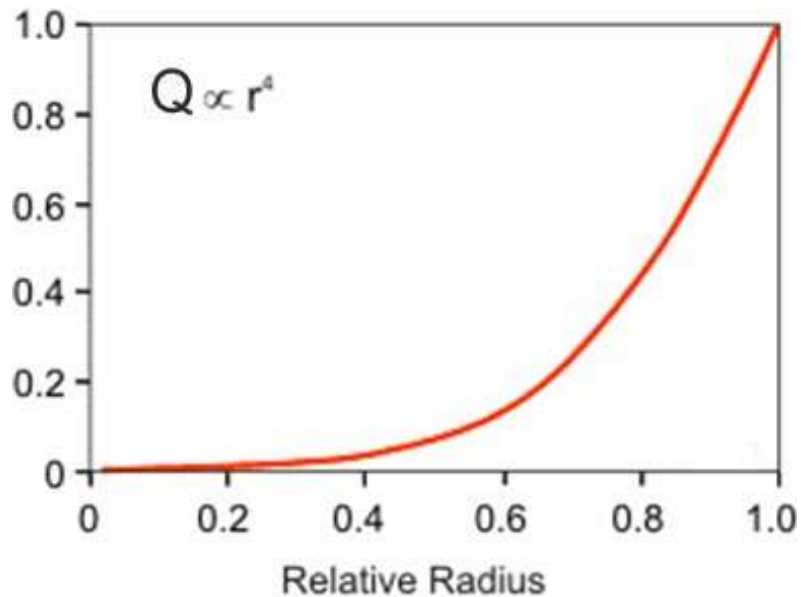
$$Q_v = \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{L}$$

La dipendenza dal raggio è secondo la QUARTA potenza di r:

⇒ per “piccole” variazioni del raggio posso avere “grandi” variazioni di portata!!!

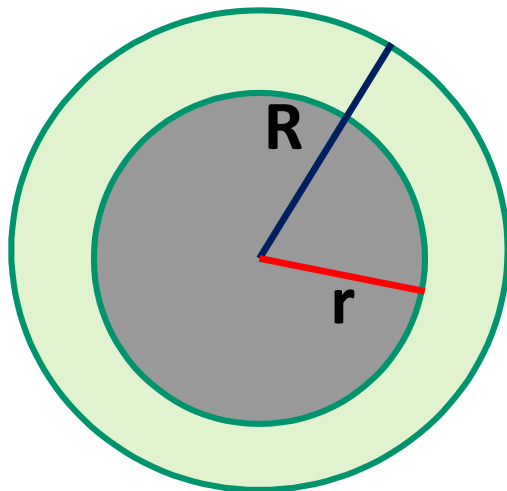
⇒ grande importanza in fisiologia!!

Legge di Poiseuille



Q = portata

Relative radius = r / R



Fisiologicamente un vaso può variare il suo raggio?

vaso visto frontalmente, di raggio variabile (raggio max = R)